23 ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

23.1 Молярна внутрішня енергія хімічно простих (що складаються з однакових атомів) твердих тіл у класичній теорії теплоємності визначається формулою

$$U_M = 3RT ,$$

де R – газова стала; T – термодинамічна температура.

23.2 Теплоємність тіла при сталому об'ємі визначається першою похідною від внутрішньої енергії U за температурою, тобто

$$C = \frac{dU}{dT} .$$

23.3 Закон Дюлонга і Пті. Молярна теплоємність C_M хімічно простих твердих тіл визначається співвідношенням

$$C_M = 3R .$$

23.4 Закон Неймана-Коппа. Молярна теплоємність хімічно складних тіл (що складаються із різних атомів) дорівнює

$$C_M = n \cdot 3R,$$

де n – загальна кількість частинок у хімічній формулі сполуки.

23.5 Середнє значення енергії <*E*> квантового осцилятора, що припадає на один ступінь вільності, у квантовій теорії Ейнштейна визначається за формулою

$$\langle W \rangle = W_0 + \frac{\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1},$$

де W_0 – нульова енергія, або енергія при $T = 0$ $(W_0 = 1/2\,\hbar\omega)$; ω - циклічна частота коливань осцилятора; k – стала Больцмана; T – термодинамічна температура.

23.6 Молярна внутрішня енергія кристала у квантовій теорії теплоємності Ейнштейна визначається співвідношенням

$$U_M = U_{M0} + 3R\frac{\theta_E}{\exp(\theta_E/T) - 1},$$

де $U_{M0} = \dfrac{3}{2}R\theta_E$ - молярна нульова енергія за теорією Ейнштейна; $\theta_E = \hbar\omega/k$ - характеристична температура Ейнштейна.

23.7 Молярна теплоємність кристала у квантовій теорії теплоємності Ейнштейна дорівнює

$$C_M = 3R\left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{\exp(\theta_E/T)}{\left[\exp(\theta_E/T) - 1\right]^2}.$$

При низьких температурах ($T \ll \theta_E$):

$$C_M = 3R\left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \exp\left(-\theta_E/T\right).$$

23.8 Частотний спектр коливань у квантовій теорії теплоємності Дебая задається функцією розподілу частот $g(\omega)$. Кількість dZ власних частот тіла, які припадають на інтервал від ω до $\omega + d\omega$, визначається виразом

$$dZ = g(\omega)d\omega .$$

Для тривимірного кристала, який містить N атомів:

$$dZ = \frac{9N}{\omega_{\max}^3}\omega^2 d\omega ,$$

де $\omega_{\max}$ – максимальна частота, яка обмежує спектр коливань.

23.9 Молярна внутрішня енергія кристала за теорією Дебая дорівнює

$$U_M = U_{M,0} + 3RT \cdot 3\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^3}{\exp(x)-1}dx ,$$

де $U_{M,0} = \frac{9}{8} R\theta_D$ - молярна нульова енергія кристала за теорією Дебая; $\theta_D = \hbar\omega_{\max}/k$ - характеристична температура Дебая; $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$.

23.10 Молярна теплоємність кристала за теорією Дебая визначається співвідношенням

$$C_M = 3R\left[12\left(\frac{T_1}{\theta_D}\right)^3 \int\limits_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3(\theta_D/T_1)}{e^{\theta_D/T_1} - 1}\right].$$

В області низьких температур $(T << \theta_D)$ остання формула набуває вигляду

$$C_M = \frac{12\pi^4}{5} R\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3.$$

23.11 Енергія ε фонона пов'язана з циклічною частотою ω коливань класичної хвилі співвідношенням

$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

23.12 Квазіімпульс фонона

$$p = 2\pi\hbar/\lambda.$$

23.13 Швидкість фонона є груповою швидкістю звукових хвиль у кристалі:

$$u = \frac{dW}{dp}.$$

При малих значеннях енергії фонона дисперсією хвиль можна знехтувати, і тоді групова та фазова швидкості однакові:

$$u = \mathrm{v} = W/p.$$

23.14 Швидкості поздовжніх v_l та поперечних v_t хвиль у кристалі визначаються за формулами:

$$\mathrm{v}_l = \sqrt{E/\rho}, \ \mathrm{v}_t = \sqrt{G/\rho},$$

де E і G - модулі відповідно повздовжньої та поперечної пружності (модуль Юнга та модуль зсуву); ρ - густина тіла.

ЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ

23.15 Закони Ома і Джоуля-Ленца у диференціальній формі мають вигляд:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad \omega_P = \gamma E^2,$$

де j - густина струму; ω_P - об'ємна густина теплової потужності; γ - питома провідність; E - напруженість електричного поля.

23.16 Питома електрична провідність визначається співвідношенням

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2 n \langle l \rangle}{m \langle u \rangle},$$

де e і m - заряд і маса електрона; n - концентрація електронів; $\langle l\rangle$ - середня довжина їх вільного пробігу; $\langle u\rangle$ - середня швидкість хаотичного руху електронів.

23.17 Закон Відемана - Франца має вигляд

$$\frac{\lambda}{\gamma}=3\frac{k^2}{e^2}T,$$

де λ - теплопровідність; γ - питома електропровідність; k - стала Больцмана.

23.18 Розподіл Фермі за енергіями для вільних електронів у металі має вигляд:

- при $T\neq 0$

$$dn(\varepsilon)=\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\frac{\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}{\exp\left[(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT\right]+1};$$

- при $T=0$

$$dn(\varepsilon)=\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon \text{ (при } \varepsilon<\varepsilon_F\text{)},$$

де $dn(\varepsilon)$ - концентрація електронів, енергія яких міститься в інтервалі значень від ε до $\varepsilon+d\varepsilon$; m і ε - маса та енергія електрона; ε_F - рівень (або енергія) Фермі.

23.19 Енергія рівня Фермі в металі при $T=0$ визначається співвідношенням

$$\varepsilon_F=\frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3},$$

де n – концентрація вільних носіїв.

23.20 Температура $T_в$ виродження електронного газу дорівнює

$$T_в = \frac{2\pi\hbar^2}{km} n^{2/3} .$$

23.21 Питома електропровідність власних напівпровідників визначається за формулою

$$\gamma = en\left(\mu_n + \mu_p\right),$$

де e - заряд електрона; n - концентрація носіїв заряду (електронів та дірок); μ_n і μ_p - рухливості електронів та дірок.

23.22 Концентрація вільних носіїв у власному напівпровіднику дорівнює

$$n_i = p_i \quad \frac{2\left(2\pi kT\sqrt{m_n m_p}\right)^{3/2}}{h^3}\exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right),$$

де m_n, m_p - ефективні маси електронів та дірок; ΔW - ширина забороненої зони матеріалу.

23.23 Концентрація вільних носіїв у домішковому напівпровіднику дорівнює

$$n = \frac{2\left(2\pi m_n kT\right)^{3/2}}{h^3}\exp\left(\frac{W_a}{2kT}\right),$$

де W_a - енергія активації атомів домішки.

23.24 Залежність питомої електропровідності власного напівпровідника від температури визначається за формулою

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right),$$

де ΔW - ширина забороненої зони матеріалу; γ_0 - стала, на значення якої температура практично не впливає.

23.25 Положення рівня Фермі у власному напівпровіднику визначається співвідношенням

$$\varepsilon_F = -\frac{\Delta W}{2} + \frac{3}{4} kT \ln\frac{m_p}{m_n}.$$

23.26 Сила струму у *p-n*-переході

$$I = I_0\left[\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1\right].$$

де I_0 - струм насичення; U – зовнішня напруга на переході.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 23.1 Визначити кількість теплоти ΔQ, необхідну для нагрівання кристала $NaCl$ масою $m = 20\,г$ на $\Delta T = 2\,K$ у двох випадках, коли нагрівання відбувається від температури: а) $T_1 = \theta_D$; б) $T_2 = 2\,K$. Характеристична температура Дебая для $NaCl$ дорівнює $\theta_D = 320\,K$.

$\Delta Q - ?$

$m = 20\,г = 0,2\,кг,$
$\Delta T = 2\,K,$
$T_1 = \theta_D,$
$T_2 = 2\,K,$
$\theta_D = 320\,K,$
$R = 8,31\dfrac{Дж}{моль \cdot K},$
$M = 58,5 \cdot 10^{-3}\,кг/моль.$

Розв'язання

Кількість теплоти ΔQ, необхідну для нагрівання тіла від температури T_1 до T_2, можна підрахувати за формулою

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C dT, \qquad (1)$$

де C - теплоємність тіла.

Теплоємність тіла пов'язана з молярною теплоємністю C_M співвідношенням

$$C = \frac{m}{M} C_M,$$

де m - маса тіла; M - молярна маса.

Тоді вираз (1) набуде вигляду

$$\Delta Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_M dT. \qquad (2)$$

У загальному випадку C_M є функцією температури, тому її не можна виносити за знак інтеграла. Але у випадку а) зміною теплоємності у порівнянні з її значенням при температурі T_1 можна знехтувати і вважати, що на всьому інтервалі ΔT вона є сталою. З урахуванням вищевикладеного формула (2) набуде вигляду

$$\Delta Q = \frac{m}{M} C_M \Delta T . \qquad (3)$$

Молярна теплоємність за теорією Дебая

$$C_M = 3R\left[12\left(\frac{T_1}{\theta_D}\right)^3 \int\limits_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3\left(\theta_D/T_1\right)}{e^{\theta_D/T_1} - 1}\right],$$

де $x = \dfrac{\hbar\omega}{kT}$.

У першому випадку при $T_1 = \theta_D$ із таблиці інтегралів знаходимо

$$\int\limits_0^{\theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \int\limits_0^{1} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - 0,225 ,$$

тоді

$$C_M = 3R\left[12 \cdot 1 \cdot 0,225 - \frac{3 \cdot 1}{e^1 - 1}\right] = 2,87\,R .$$

Підставимо значення C_M у співвідношення (3) та отримаємо

$$\Delta Q = \frac{0,02}{58,5\cdot 10^{-3}} 2,87\cdot 8,31\cdot 2 = 16,3\left(\textit{Дж}\right).$$

У випадку б) при $T \ll \theta_D$ для знаходження ΔQ скористаємося граничним законом Дебая, а саме:

$$C_M = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3,$$

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5}\frac{R}{\theta_D{}^3}\frac{m}{M}\int\limits_{T_2}^{T_2+\Delta T} T^3 dT = \frac{12\pi^4}{5}\frac{R}{\theta_D{}^3}\frac{m}{M}\left[\frac{\left(T_2+\Delta T\right)^4}{4} - \frac{T_2{}^4}{4}\right].$$

Враховуючи, що $T_2 + \Delta T = 2T_2$, отримаємо

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5}\frac{R}{\theta_D{}^3}\frac{m}{M}\left[\frac{\left(2T_2\right)^4}{4} - \frac{T_2{}^4}{4}\right] = \frac{3\pi^4}{5}\frac{R}{\theta_D{}^3}\frac{m}{M} 15 T_2{}^4.$$

Виконаємо обчислення

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5}\frac{8,31}{320^3}\frac{0,02}{58,5\cdot 10^{-3}} 15\cdot 2^4 = 1,22\cdot 10^{-3}\left(\textit{Дж}\right).$$

Відповідь: а) $\Delta Q = 16,3\ \textit{Дж}$; б) $\Delta Q = 1,22\ \textit{мДж}$.

Приклад 23.2 Визначити енергію Фермі для міді, виходячи з припущення, що кількість вільних електронів дорівнює кількості атомів металу.

Розв'язання

$\varepsilon_F - ?$

$\rho = 8,93 \cdot 10^3\ кг/м^3$,

$M = 63,5 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$,

$\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с.$

Енергія Фермі в металі при $T = 0$ визначається співвідношенням

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}, \qquad (1)$$

де m - маса електрона; n – концентрація вільних носіїв; $\hbar$ - стала Планка – Дірака.

Концентрація атомів міді дорівнює

$$n = \frac{\rho N_A}{M}, \qquad (2)$$

де N_A - стала Авогадро; ρ - густина міді; M - молярна маса міді.

Підставимо формулу (2) у співвідношення (1) та отримаємо

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3\pi^2 \rho N_A}{M}\right)^{2/3}.$$

Підставимо числові значення та виконаємо розрахунки

$$\varepsilon_F = \frac{1,05^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{3 \cdot 3,14^2 \cdot 8,93 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{63,5 \cdot 10^{-3}} \right)^{2/3} =$$
$$= 1,13 \cdot 10^{-18} \left(Дж \right).$$

Виконаємо перевірку розмірності

$$\left[\varepsilon_F\right] = \frac{\left[\hbar\right]^2}{\left[m\right]} \left(\frac{\left[\rho\right]\left[N_A\right]}{\left[M\right]} \right)^{2/3} \quad \frac{\left(Дж \cdot с\right)^2}{кг} \left(\frac{\left[кг/м^3\right]\left[моль^{-1}\right]}{\left[кг/моль\right]} \right)^{2/3}$$
$$= \frac{Дж \cdot с^2 \cdot кг \cdot м \cdot м}{кг \cdot с^2 \cdot м^2} = Дж.$$

Відповідь: $\varepsilon_F = 1,13 \cdot 10^{-18}$ $Дж$.

Приклад 23.3 Визначити максимальну енергію $\omega_{\max}$ фонона, який може виникнути у кристалі, температура Дебая якого $\theta_D = 300\,K$. Яку довжину хвилі мав би фотон з такою самою енергією?

$\omega_{\max} - ?$ $\lambda - ?$
$\theta_D = 300\,K.$

Розв'язання

Найбільша частота $\omega_{\max}$, яка може виникнути у кристалічній решітці, пов'язана з температурою Дебая співвідношенням

$$\hbar\omega_{\max} = k\theta_D,$$

де $\hbar$ - стала Планка – Дірака, $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ $Дж \cdot с$; k - стала Больцмана, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ $Дж/К$.

Звідси випливає, що максимальна енергія фотона

$$\varepsilon_{\max} = \hbar\omega_{\max} = k\theta_D .$$

Довжина хвилі фотона з частотою $\omega_{\max}$ дорівнює

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_{\max}} = \frac{2\pi\hbar c}{k\theta_D} .$$

Підставимо числові значення фізичних величин та виконаємо розрахунки:

$$\varepsilon_{\max} = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 4,14 \cdot 10^{-21} \left(Дж\right),$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 4,8 \cdot 10^{-5} \left(м\right).$$

Відповідь: $\varepsilon_{\max} = 4,14 \cdot 10^{-21}$ $Дж$; $\lambda = 4,8 \cdot 10^{-5}$ $м$.

Приклад 23.4 Питома провідність кремнію дорівнює $\gamma_1 = 19\,См/м$ при температурі $T_1 = 600\,К$ і $\gamma_2 = 4095\,См/м$ при температурі $T_2 = 1200\,К$. Визначити ширину ΔW забороненої зони кремнію.

Розв’язання

$\Delta W - ?$

$\gamma_1 = 19\, См/м$,
$T_1 = 600\, К$,
$\gamma_2 = 4095\, См/м$,
$T_2 = 1200\, К$,
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ Дж/К$.

Залежність питомої електропровідності власного напівпровідника від температури визначається за формулою

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right), \qquad (1)$$

де ΔW - ширина забороненої зони матеріалу; γ_0 - стала, на значення якої температура практично не впливає; k - стала Больцмана.

.

Злогарифмуємо вираз (1) та отримаємо

$$\ln\gamma = \ln\gamma_0 + \ln\exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right) \Rightarrow \ln\gamma = \ln\gamma_0 - \frac{\Delta W}{2kT}.$$

Тоді

$$\ln\gamma_1 = \ln\gamma_0 - \frac{\Delta W}{2kT_1}, \qquad (2)$$

$$\ln\gamma_2 = \ln\gamma_0 - \frac{\Delta W}{2kT_2}. \qquad (3)$$

Віднімемо співвідношення (2) від (3) та отримаємо

$$\ln\gamma_2 - \ln\gamma_1 = \frac{\Delta W}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Тоді ширину забороненої зони кремнію можна визначити з виразу

$$\Delta W = 2k\frac{\ln \gamma_2/\gamma_1}{\left(1/T_1 - 1/T_2\right)}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин та виконаємо розрахунки

$$\Delta W = 2\cdot 1,38\cdot 10^{-23}\frac{\ln\left(4095/19\right)}{\left(1/600 - 1/1200\right)} = 1,78\cdot 10^{-19}\left(Дж\right) = 1,11\left(eB\right).$$

Відповідь: $\Delta W = 1,78\cdot 10^{-19}\left(Дж\right) = 1,11\left(eB\right)$.

Приклад 23.5 У скільки разів зміниться при підвищенні температури від $T_1 = 300\,K$ до $T_2 = 310\,K$ електропровідність власного напівпровідника, ширина забороненої зони якого дорівнює $\Delta W = 0,3\,eB$.

Розв’язання

$\Delta W - ?$

$T_1 = 300\,K$,

$T_2 = 310\,K$,

$\Delta W = 0,3\,eB = 0,3\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\,Дж$,

$k = 1,38\cdot 10^{-23}\,Дж/K$.

Залежність питомої електропровідності власного напівпровідника від температури визначається за формулою

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT}\right), \qquad (1)$$

де ΔW - ширина забороненої зони матеріалу; γ_0 - стала, на значення якої температура практично не впливає; k - стала Больцмана.

Тоді для двох різних температур отримаємо:

$$\gamma_1 = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT_1}\right),$$

$$\gamma_2 = \gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT_2}\right).$$

Звідки

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT_2}\right)}{\gamma_0 \exp\left(-\frac{\Delta W}{2kT_1}\right)} = \exp\left[\frac{\Delta W}{2k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right].$$

Підставимо числові значення фізичних величин та виконаємо обчислення

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \exp\left[\frac{0,3\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{2\cdot 1,38\cdot 10^{-23}}\left(\frac{1}{300}-\frac{1}{310}\right)\right] = 1,21.$$

Відповідь: $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = 1,21$, питома електропровідність збільшиться у 1,21 разу.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

23.1 У скільки разів зміниться середня енергія $<\varepsilon>$ квантового осцилятора, що припадає на один ступінь вільності, при підвищенні температури від $T_1 = \theta_E/2$ до $T_2 = \theta_E$? Врахувати нульову енергію.
Відповідь: у 3,74 разу.
23.2 Користуючись теорією теплоємності Ейнштейна, визначити зміну ΔU_M молярної внутрішньої енергії кристала при нагріванні його від нуля до $T_1 = 0{,}1\theta_E$. Характеристична температура Ейнштейна дорівнює $\theta_E = 300\,K$.
Відповідь: $\Delta U_M = 340\,Дж/моль$.
23.3 Визначити максимальну частоту $\omega_{\max}$ власних коливань у кристалі золота за теорією Дебая. Характеристична температура θ_D дорівнює 180 К.
Відповідь: $\omega_{\max} = 2{,}36 \cdot 10^{13}\,c^{-1}$.
23.4 Користуючись теорією теплоємності Дебая, визначити зміну ΔU_M молярної внутрішньої енергії кристала при нагріванні його від нуля до $T = 0{,}1\,\theta_E$. Характеристична температура Дебая для даного кристала дорівнює $\theta_D = 300\,K$. Вважати $T << \theta_D$.
Відповідь: $\Delta U_M = 14{,}6\,кДж$.
23.5 Знайти відношення θ_E/θ_D характеристичних температур Ейнштейна і Дебая.
Примітка: Використати вирази для нульової енергії за теоріями Ейнштейна і Дебая
Відповідь: $\theta_E/\theta_D = 3/4$.
23.6 Визначити відношення $<W>/<W_T>$ середньої енергії квантового осцилятора до середньої енергії теплового руху молекул ідеального газу при температурі $T = \theta_E$.

Відповідь: $< \varepsilon > / < \varepsilon_T > = 1{,}16$.

23.7 Розрахувати, використовуючи теорію Дебая, молярну нульову енергію U_{M0} кристала міді. Характеристична температура θ_D міді дорівнює 320 К.

Відповідь: $U_{M0} = 2{,}99\,МДж$.

23.8 Швидкість поперечних пружних хвиль у алюмінії - $v_\perp = 3131\,м/с$, поздовжніх - $v_\parallel = 6400\,м/с$. Визначити температуру Дебая θ_D для алюмінію.

Відповідь: $\theta_D = 410\,K$ **.**

23.9 Нижче наведені значення швидкості поперечних хвиль $v_\perp$, швидкості поздовжніх хвиль $v_\parallel$ і концентрація n атомів для: а) берилію; б) срібла; в) свинцю. Визначити температуру Дебая θ_D для цих металів.

Метал	$v_\perp, м/с$	$v_\parallel, м/с$	$n, 10^{23}\,м^{-3}$
Берилій	8830	12550	1,23
Срібло	1590	3600	0,586
Свинець	700	2160	0,328

Відповідь: а) $\theta_D = 1420\,K$; б) $\theta_D = 208\,K$; в) $\theta_D = 76\,K$.

23.10 Визначити енергію U_0 нульових коливань охолодженого до затвердіння одного моля аргону (температура Дебая $\theta_D = 92\,K$ **).**

Відповідь: $U_0 = 860\,Дж$.

23.11 Розрахувати максимальну частоту $\omega_{\max}$ Дебая, якщо відомо, що молярна теплоємність срібла при T = 20 K дорівнює $C_M = 1,7\, Дж/(моль \cdot К)$.

Відповідь: $\omega_{\max} = 2,75 \cdot 10^{13}\, c^{-1}$.

23.12 Використовуючи квантову теорію теплоємності Дебая визначити змінювання ΔU_M молярної внутрішньої енергії кристала при нагріванні його на ΔT = 2K від температури $T = \theta_D/2$.

Відповідь: $\Delta U_M = 41,4\, кДж$.

23.13 Визначити концентрацію n вільних електронів у металі при температурі T = 0 K. Енергію Фермі взяти $\varepsilon_F = 1 eB$.

Відповідь: $n = 4,57 \cdot 10^{27}\, м^{-3}$.

23.14 Визначити кількість вільних електронів, яка припадає на один атом натрію при температурі T = 0 *K*. Рівень Фермі для натрію дорівнює $\varepsilon_F = 3,12\, eB$. Густина натрію $\rho = 970\, кг/м^3$.

Відповідь: $N = 0,9$.

23.15 Визначити ймовірність $\Delta n(\varepsilon)/n$ того, що електрон у металі перебуває в енергетичному стані з енергією $\varepsilon = 0,05$ eB нижче від рівня Фермі та вище від рівня Фермі для двох температур: а) $T_1 = 290$ K; б) $T_2 = 58$ K.

Відповідь: а) $\Delta n(\varepsilon)/n = 0{,}893$ і $\Delta n(\varepsilon)/n = -0{,}119$;

б) $\Delta n(\varepsilon)/n = 0{,}999955$ і $\Delta n(\varepsilon)/n = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$.

23.16 Метал перебуває при температурі $T = 0$ K. Визначити, у скільки разів кількість електронів з кінетичною енергією від $\varepsilon_F/2$ до ε_F більше ніж кількість електронів з енергією від 0 до $\varepsilon_F/2$.

Відповідь: У 1,83 разу.

23.17 Визначити рівень Фермі ε_F у власному напівпровіднику, якщо енергія активації дорівнює $\Delta W_0 = 0{,}1\,eB$. За нульовий рівень відліку кінетичної енергії електронів взяти найнижчий рівень зони провідності.

Відповідь: $\varepsilon_F = -0{,}05\,eB$.

23.18 Власний напівпровідник (германій) має при деякій температурі питомий опір $\rho = 0{,}48$ Ом·м. Визначити концентрацію n носіїв заряду, якщо рухливість і електронів і дірок відповідно дорівнюють $\mu_n = 0{,}36\,м^2/(B\cdot c)$ і $\mu_p = 0{,}16\,м^2/(B\cdot c)$.

Відповідь: $n = 2{,}5\cdot 10^{19}\ м^3$.

23.19 Визначити відношення концентрацій n_1/n_2 вільних електронів літію та цезію при $T = 0$, якщо відомо, що рівні Фермі в цих металах відповідно дорівнюють $\varepsilon_{F1} = 4{,}72\,eB$ і $\varepsilon_{F2} = 1{,}53\,eB$.

Відповідь: $n_1/n_2 = 5{,}41$.

23.20 У скільки разів кількість вільних електронів, які припадають на один атом металу при $T = 0$, більше в алюмінії, ніж у міді, якщо рівні Фермі відповідно дорівнюють $\varepsilon_{F1} = 11{,}7\,eB$, $\varepsilon_{F2} = 7\,eB$?

Відповідь: у 3 рази.

23.21 Обчислити середню кінетичну енергію $<W>$ електронів у металі при температурі $T = 0$ К, якщо рівень Фермі $\varepsilon_F = 7\,eB$.

Відповідь: $<W> \ \frac{3}{5}\varepsilon_F = 4{,}2\,eB$.

23.22 Електрони у металі перебувають при температурі $T = 0$ К. Знайти відносну кількість $\Delta N/N$ вільних електронів, кінетична енергія яких відрізняється від енергії Фермі не більше ніж на 2%.

Відповідь: $\Delta N/N = 0{,}03$.

23.23 Визначити відношення концентрації $n_{\max}$ електронів у металі (при $T = 0$ К), енергія яких відрізняється від максимальної не більше як на $\Delta\varepsilon$, до концентрації $n_{\min}$ електронів, енергія яких не перебільшує значення $\varepsilon = \Delta\varepsilon$ $\left(\Delta\varepsilon = 0{,}01\,\varepsilon_F\right)$.

Відповідь: у $n_{\max}/n_{\min}$ =14,9 разу.

23.24 Питома провідність кремнію з домішками дорівнює $\gamma = 112\,См/м$. Визначити рухливість γ_p дірок та їх концентрацію n_p, якщо стала Холла - $R_H = 3{,}66\cdot10^{-4}\ м^3/Кл$, за умови, що напівпровідник має тільки діркову провідність.

Відповідь: $\gamma_p = 3{,}5\cdot10^{-2}\ м^2/В\cdot с$; $n_p = 2\cdot10^{22}\ м^3$.

23.25 У скільки разів зміниться при підвищенні температури від 300 К до 310 К провідність: а) металу; б) власного напівпровідника, ширина забороненої зони якого $\Delta W = 0{,}3\,еВ$? Яким є характер зміни в обох випадках?

Відповідь: а) $\gamma_2/\gamma_1 = 1/1{,}003$, зменшиться у 1,003 разу;

б) $\gamma_2/\gamma_1 = 1{,}21$, збільшиться у 1,21 разу.