

## 4 ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

### 4.1 ВСТУП

Термодинамічний метод не спирається на будь-які модельні уявлення про мікроскопічну структуру речовини. Він встановлює зв'язки між фізичними величинами (**термодинамічними параметрами**), які безпосередньо спостерігаються. Найбільш поширеними **термодинамічними параметрами**, які характеризують стан системи є тиск  $p$ , об'єм  $V$ , абсолютна температура  $T$  та ін.

Мікроскопічні фізичні величини, такі як, кількість атомів та молекул, їх маси та розміри у термодинаміці не розглядаються, що ускладнює як засвоєння студентами термодинаміки, так і використання її законів для розв'язання конкретних фізичних задач. Разом із цим, термодинамічний метод вирізняється логічною простотою і дозволяє з загальних позицій розібратися у фізичній суті низки задач, без інформації про мікроскопічну будову речовини. Саме у цьому полягає неоціненна перевага феноменологічного підходу.

Але потрібно відзначити, що термодинамічний метод має також істотний недолік: при його використанні не розглядається внутрішній, атомно-молекулярний механізм явищ.

Подібно до геометрії та механіки, **термодинаміка** є аксіоматичною наукою. Вона ґрунтується **на чотирьох законах**, які є узагальненням усієї сукупності експериментальних даних про перетворення теплоти у механічну роботу. Лише у дев'ятнадцятому сторіччі було встановлено, що теплота є однією з форм енергії, яка може перетворюватися в інші форми. У 1824 році Карно встановив обмеження, що існують при перетворенні теплоти в роботу і які становлять сутність **другого закону термодинаміки**.

Через 18 років Роберт Майер довів еквівалентність теплоти та механічної роботи і сформулював принцип збереження енергії, який стосовно до теплових явищ називається **першим законом термодинаміки**. Пізніше, уже у двадцятому сторіччі Нернст встановив принцип, що визначає ентропійну константу і який називають **третім законом термодинаміки**. Ще один принцип установлює існування температури – функції стану системи, що визначає теплову рівновагу. Він називається принципом температури або **нульовим законом термодинаміки**. Чотири перелічених закони становлять набір аксіом, що є основою, на якій будується вся термодинаміка.

### 4.2 РІВНОВАЖНІ СТАНИ ТА РІВНОВАЖНІ ПРОЦЕСИ

Для розуміння законів термодинаміки потрібно з'ясувати, що являє собою термодинамічний стан фізичної системи. Річ у тім, що у поняттях термодинамічного та механічного станів системи є істотні відмінності. Так, у механіці стан системи є повністю визначеним за умови, що відомі положення та швидкості усіх частинок, які входять до складу системи. Для системи, що містить  $N$  частинок необхідно знати  $6N$  змінних. Внаслідок того, що термодинамічна система містить величезну кількість атомів і молекул, неможливо поширити механічне визначення стану на термодинаміку. Насправді ж, як було зазначено вище, в цьому і потреби не виникає.

**Термодинамічний стан системи** повністю визначається її **термодинамічними параметрами**. Рівняння стану є функцією **термодинамічних параметрів**. Коли змінюється хоча б один з параметрів термодинамічної системи, то і стан системи змінюється, тобто відбувається **термоди-**

**намічний процес**, який є сукупністю змінних станів даної системи.

Щоб пояснити поняття термодинамічного стану системи, візьмемо простий приклад.

**Система, що складається з хімічно однорідної рідини або газу.** У такій системі можна виміряти температуру  $T$ , тиск  $p$  і об'єм  $V$ . Для даної кількості речовини в системі значення  $T$ ,  $p$  і  $V$  не є незалежними, вони пов'язані співвідношенням

$$f(p, V, T) = 0,$$

яке називається **рівнянням стану**.

Написане рівняння можна розв'язати відносно однієї зі змінних, виразивши її через дві інших. Тому стан системи повністю визначається якими-небудь двома змінними, наприклад,  $p$  і  $V$ .

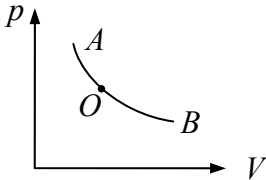


Рисунок 4.1 - Зображення рівноважного термодинамічного процесу (крива  $AB$ ). Точка  $O$  зображує певний термодинамічний стан системи

Якщо по осях прямокутної системи координат відкладати значення  $p$  і  $V$ , то точка на площині  $(p, V)$  буде зображувати певний стан системи (рис. 4.1).

Закони термодинаміки, які розглядаються у даному курсі, були сформульовані для рівноважних термодинамічних станів і процесів.

**Рівноважні стани** мають властивість не змінюватися доти, доки зовнішні умови залишаються незмінними. Наприклад, газ, закритий у посудині, залишається в рівновазі, якщо його тиск усюди однаковий, а температура дорівнює температурі навколишнього середовища.

Існують також стани, у яких значення якого-небудь параметра в різних точках є різним. Наприклад, тиск газу у різних частинах системи - відрізняється. Досвід показує, що в таких станах існують потоки маси газу і ці стани згодом змінюються. Такі стани називаються **нерівноважними**. Через деякий характерний час (**час релаксації**), тиск у різних точках вирівнюється і система приходить у рівноважний стан.

Уявимо собі процес, що протікає зі швидкістю, значно меншою за швидкість релаксації. Це означає, що на кожному етапі процесу значення всіх параметрів устигають вирівнюватися і такий процес буде являти собою ланцюжок нескінченно близьких рівноважних станів. Такі досить повільні процеси називаються **рівноважними**. На діаграмі  $(p, V)$  **рівноважний процес** переходу системи з одного рівноважного стану в інший зображується кривою, що з'єднує відповідні точки (рис. 4.1). Реальні процеси лише більш або менш наближаються до рівноважного.

Рівноважні процеси називаються також **оборотними**. Такий процес можна здійснити, якщо змінювати зовнішні умови настільки повільно, що система встигає прийти у відповідність із умовами, що змінилися. Наприклад, можна виконати оборотне розширення газу в циліндрі з поршнем, якщо повільно висувати поршень. Якщо поршень висувати швидко, то в газі, що розширюється, утворюються потоки і проміжні стани будуть **нерівноважними**.

Якщо ми перевели систему зі стану  $A$  у стан  $B$ , то можна перевести її зі стану  $B$  у  $A$  за допомогою оберненого процесу, при якому система проходить через ті самі проміжні стани, але у зворотному порядку. Для цього потрібно повільно змінювати зовнішні умови, рухаючись у зворотному напрямку.

### 4.3 НУЛЬОВИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

Візьмемо поняття температури, яким ми вже користувалися. Зазвичай температуру визначають як величину, що характеризує ступінь нагрятості тіла. Якісною мірою температури є наше відчуття тепла, а кількісною - покази термометра. Система, що перебуває в тепловій рівновазі, має у всіх точках однакову температуру. Це - необхідна умова теплової рівноваги.

Температура є функцією стану: вона не залежить від початкових умов і повністю визначається станом системи у цей момент.

Температура вводиться за допомогою наступної аксіоми. Існує **функція стану - температура. Однакові значення температур у всіх точках є умовою рівноваги термодинамічної системи.** Цей постулат називають **нульовим законом термодинаміки.**

### 4.2 ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ СИСТЕМИ

Як відомо, особливість сил тертя полягає в тому, що робота, виконана при їх наявності, не збільшує ні кінетичну, ні потенціальну енергію. Однак, робота проти сил тертя не проходить без наслідків. Наприклад, рух тіла при наявності опору повітря приводить до збільшення температури тіла. Це збільшення іноді може бути дуже значним. Так, метеорити, які влітають в атмосферу, згорають у ній саме завдяки нагріванню, викликаному опором повітря. Падіння тіла в досить в'язкому середовищі супроводжується зменшенням як кінетичної, так і потенціальної енергій.

Отже, коли рух відбувається при наявності сил тертя, то, *по-перше, відбувається зменшення суми кінетичної та потенціальної енергії* всіх тіл, що беруть участь у процесі, *по-друге, відбувається зміна стану тертьових тіл*

(нагрівання, зміна агрегатного стану і т. ін.).

Енергію, яка залежить від стану тіла, зокрема, від його температури, називають **внутрішньою енергією** ( $U$ ). Внутрішня енергія може змінюватися при виконанні роботи тіла або над тілом, а також при передачі теплоти від одного тіла до іншого.

**Внутрішня енергія** - це кінетична енергія хаотичного руху молекул, потенціальна енергія їх взаємодії, а також, енергія атомного ядра і т. ін.

Внутрішня енергія є функцією стану системи. Це означає, що кожного разу, коли система опиняється в певному стані, незалежно від попередньої історії системи, її внутрішня енергія має таке саме значення. Таким чином, **зміна внутрішньої енергії**  $\Delta U$  при переході системи з одного стану в інший завжди дорівнює різниці значень внутрішньої енергії в цих станах, незалежно від шляху, яким виконувався перехід

$$\Delta U = U_2 - U_1. \quad (4.1)$$

#### 4.2.1 ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

Оскільки ідеальний газ складається з частинок, що не взаємодіють на відстані, то їх потенціальна енергія дорівнює нулю. Тому **внутрішня енергія ідеального газу** є сумою кінетичних енергій всіх його молекул (або атомів)

$$U = N \cdot \langle \varepsilon_{\text{кін}} \rangle, \quad (4.2)$$

де  $N$  – кількість молекул ідеального газу в об'ємі  $V$ . Підставимо значення середньої кінетичної енергії (2.23) для ідеального газу

$$U = N \frac{i}{2} kT. \quad (4.3)$$

З урахуванням, що  $N = N_A \cdot \frac{m}{M}$ , отримаємо для внутрішньої енергії ідеального газу співвідношення

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT, \quad (4.4)$$

де  $N_A \cdot k = R$  - універсальна молярна газова стала, яка дорівнює  $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ .

### 4.3 МЕХАНІЧНА РОБОТА

Як відзначалося вище, енергія може передаватися від одного тіла до іншого двома різними способами: при здійсненні роботи та при теплообміні. Знайдемо вираз для визначення роботи, яка виконується ідеальним газом при зміні його об'єму.

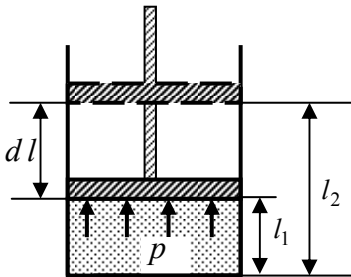


Рисунок 4.2 - До визначення роботи у термодинаміці

Припустимо, що газ, який знаходиться у циліндричній посудині під поршнем (масою його знехтуємо), ізобарно розширюється від  $V_1$  до  $V_2$ , при цьому поршень пересувається на відстань  $dl = l_2 - l_1$ , а об'єм змінюється на  $dV = V_2 - V_1$ . На поршень, площа поперечного перері-

зу якого  $S$ , з боку газу внаслідок тиску  $p$  діє сила

$$F = pS.$$

Оскільки напрямок цієї сили збігається з напрямком переміщення поршня, то робота, виконана газом

$$dA = Fdl = pSdl = pdV.$$

При розширенні газу  $dV > 0$  робота є додатною ( $A > 0$ ); при стисненні  $dV < 0$  і ( $A < 0$ ). Видно, що мова йде про роботу, виконувану газом, а не зовнішніми силами. Робота всіх зовнішніх сил, навпаки, при розширенні газу виявиться від'ємною, а при стисненні – додатною.

Таким чином,

$$dA = pdV. \quad (4.5)$$

Інтегруванням знаходимо роботу, виконувану газом:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \quad (4.6)$$

#### 4.4 КІЛЬКІСТЬ ТЕПЛОТИ

**Кількість теплоти**  $Q$  – це енергія, яка передається тілу у процесі теплопередачі ззовні. **Теплопередача** – це такий процес, при якому внутрішня енергія одних тіл зменшується, а інших – відповідно збільшується, причому механічна енергія тіл не змінюється і робота не виконується.

Відзначимо, що в процесі теплопередачі не завжди змінюється тепловий стан тіл, тобто їхня температура. Наприклад, при таненні льоду передача теплоти змінює стан



тіла (лід із твердого стану переходить у рідкий), але температура його залишається сталою.

**Нагрівання (охолодження)** речовини – це процес зміни внутрішньої енергії тіла, пов'язане зі зміною його температури.

Кількість теплоти, яку потрібно надати будь-якому тілу, щоб підвищити його температуру на 1К, називається **теплоємністю** цього тіла

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (4.7)$$

Одиницями вимірювання теплоємності у СІ є  $[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ . При остиганні на 1К тіло віддає таку саму кількість теплоти.

Теплоємність тіла пропорційна його масі. Тому, для характеристики теплових властивостей речовини приймають теплоємність одиниці маси цієї речовини, а саме питому теплоємність.

**Питомаю теплоємністю речовини ( $c$ )** називається фізична величина, що показує, яка кількість теплоти ( $Q$ ) потрібна для нагрівання одиниці маси речовини на один Кельвін:

$$c = \frac{dQ}{m \cdot dT}. \quad (4.8)$$

Одиницею вимірювання питомої теплоємності є  $[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ .

Кількість теплоти, яку потрібно надати одному молю речовини, щоб підвищити його температуру на один градус називається **молярною теплоємністю**

$$C_M = \frac{dQ}{\nu \cdot dT}. \quad (4.9)$$

Одиницею вимірювання молярної теплоємності є

$$[C_M] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

#### 4.5 ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

**Перший закон термодинаміки є законом збереження енергії**, який сформульований у вигляді, зручному для розгляду теплових процесів: **кількість теплоти, надана системі, йде на зміну внутрішньої енергії системи і здійснення системою роботи:**

$$\partial Q = dU + \partial A, \quad (4.10)$$

де  $\partial Q$  - це елементарна теплота надана системі шляхом теплопередачі (теплопровідності);  $dU$  - зміна внутрішньої енергії газу;  $\partial A$  елементарна робота, яка виконується газом (над газом).

Елементарну теплоту визначимо з (4.9)

$$dQ = C_M \nu \cdot dT. \quad (4.11)$$

Зміна внутрішньої енергії з (4.8)

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT, \quad (4.12)$$

Підставимо у (4.10) вирази (4.12) і (4.5) та отримаємо наступний вираз першого закону термодинаміки

$$\delta Q = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT + p dV. \quad (4.13)$$

#### 4.5.1 ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРШОГО ЗАКОНУ ТЕРМОДИНАМІКИ ДО ІЗОПРОЦЕСІВ

Застосуємо перший закон термодинаміки до ізопроеесів і визначимо теплоємності газу при ізопроеесах.

**Ізотермічний процес** ( $T = \text{const}$ ). Зміна температури  $dT = 0$ , отже з (4.12)  $dU = 0$ , тоді перший закон термодинаміки для ізотермічного процесу набуде вигляду:

$$dQ = dA. \quad (4.14)$$

**При ізотермічному процесі уся кількість теплоти, надана системі, витрачається на виконання системою роботи.**

Знайдемо роботу при ізотермічному процесі. З рівняння Менделєєва-Клапейрона:  $p = \frac{m}{M} RT \frac{1}{V}$ , тоді з (4.6)

$$A = \int_V p dV = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (4.15)$$

При ізотермічному процесі  $dT = 0$ , отже **теплоємність** стає нескінченною

$$C_T = \infty. \quad (4.16)$$

**Ізохорний процес** ( $V = const$ ). Для ізохорного процесу  $dV = 0$ , тоді з (4.5)  $dA = 0$  і перший закон термодинаміки для ізохорного процесу набуде вигляду

$$\partial Q = dU. \quad (4.17)$$

*При ізохорному процесі уся кількість теплоти надана системі йде на збільшення внутрішньої енергії системи.*

Визначимо питому та молярну теплоємності для ізохорного процесу.

**Питома теплоємність при ізохорному процесі**

$$c_V = \frac{dQ}{mdT} = \frac{dU}{mdT} = \frac{\frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT}{mdT} = \frac{i}{2} \frac{R}{M}. \quad (4.18)$$

**Молярна теплоємність при ізохорному процесі**

$$C_V = \frac{dQ}{\nu dT} = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{\frac{i}{2} \nu R dT}{\nu dT} = \frac{i}{2} R. \quad (4.19)$$

**Ізобарний процес** ( $p = const$ ).

**Роботу при ізобарному процесі** визначимо з (4.6)

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p \Delta V . \quad (4.20)$$

При ізобарному процесі перший закон термодинаміки має вигляд:

$$dQ = dU + dA .$$

***Кількість теплоти, надана системі при ізобарному процесі, йде на зміну внутрішньої енергії системи і виконання нею роботи.***

Враховуючи вирази (4.12) та (4.20), отримаємо наступне співвідношення першого закону термодинаміки для ізобарного процесу

$$\Delta Q = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \Delta T + p \Delta V . \quad (4.21)$$

Продиференціюємо рівняння Менделєєва - Клапейрона з урахуванням, що ( $p = const$ ).

$$p dV = \frac{m}{M} R dT ,$$

звідки

$$p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T .$$

**Отже робота при ізобарному процесі**

$$A = p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T. \quad (4.22)$$

Тоді перший закон термодинаміки для ізобарного процесу набуде вигляду:

$$\Delta Q = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R\Delta T + \frac{m}{M} R\Delta T = \frac{i+2}{2} \frac{m}{M} R\Delta T. \quad (4.23)$$

Визначимо питому та молярну теплоємності ідеального газу для ізобарного процесу.

#### Питома теплоємність

$$c_p = \frac{\frac{i+2}{2} \frac{m}{M} R dT}{m dT} = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}. \quad (4.24)$$

#### Молярна теплоємність

$$C_p = \frac{\frac{i+2}{2} \nu R dT}{\nu dT} = \frac{i+2}{2} R. \quad (4.25)$$

### 4.5.2 РІВНЯННЯ МАЄРА

Встановимо зв'язок між молярними теплоємностями ідеального газу при ізобарному ( $p = const$ ) та ізохорному ( $V = const$ ) процесах. З рівнянь (4.25) та (4.19) отримаємо рівняння Маєра

$$C_p - C_v = \frac{i+2}{2} R - \frac{i}{2} R = R.$$

**Рівняння Маєра** показує, що молярна теплоємність ідеального газу більша за молярну теплоємність ідеального газу на молярну газову сталу

$$C_p - C_V = R, \quad (4.26)$$

тобто для того, щоб нагріти 1 моль ідеального газу на 1К при ізобарному процесі потрібно витратити на  $R$  теплоти більше, ніж при ізохорному процесі.

#### 4.6 АДІАБАТНИЙ ПРОЦЕС

**Адіабатним** називається процес, який протікає без теплообміну із зовнішнім середовищем  $\delta Q = 0$ . Знайдемо рівняння, яке пов'язує термодинамічні параметри ідеального газу при адіабатному процесі.

Для виведення нам знадобляться раніше отримані співвідношення.

$C_p = \frac{i+2}{2}R$  - молярна теплоємність газу при ізобарному процесі.

$C_V = \frac{i}{2}R$  - молярна теплоємність газу при ізохорному процесі.

$dA = pdV$  - елементарна робота.

$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R dT = \frac{m}{M} C_V dT$  - зміна внутрішньої енергії ідеального газу.

Візьмемо рівняння Маєра (4.26), розділимо його ліву і праву частини на  $C_V$ , та отримаємо

$$\frac{C_p}{C_v} - 1 = \frac{R}{C_v}.$$

Введемо показник Пуассона

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (4.27)$$

Ця величина є характеристикою для будь якого газу.  
Тоді рівняння Маєра набуде вигляду

$$\gamma - 1 = \frac{R}{C_v}. \quad (4.28)$$

Використаємо перший закон термодинаміки у вигляді

$$\partial Q = dU + \partial A,$$

тоді з урахуванням формул, наведених на початку розділу, отримаємо

$$\partial Q = \frac{m}{M} C_v dT + p dV.$$

Згідно з визначенням адіабатного процесу  $\partial Q = 0$ ,  
тоді

$$\frac{m}{M} C_v dT + p dV = 0. \quad (4.29)$$

Візьмемо тиск з рівняння Менделєєва – Клапейрона



$$p = \frac{m}{M} RT \frac{1}{V}$$

та підставимо в рівняння (4.29)

$$\frac{m}{M} C_V dT + \frac{m}{M} \frac{RT}{V} dV = 0.$$

Скоротимо рівняння на  $\frac{m}{M}$

$$C_V dT + RT \frac{dV}{V} = 0. \quad (4.30)$$

Розділимо праву і ліву частину рівняння на  $TC_V$  та отримаємо

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = 0. \quad (4.31)$$

Співвідношення (4.31) можна записати у вигляді

$$d\left(\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V\right) = 0.$$

Це означає, що при адіабатному процесі

$$\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V = \text{const}. \quad (4.32)$$

Підставимо вираз (4.28) у (4.32) та отримаємо

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln V = const,$$

або

$$\ln T + \ln V^{\gamma-1} = const \Rightarrow \ln(T \cdot V^{\gamma-1}) = const.$$

Звідси випливає **рівняння адіабатного процесу**

$$T \cdot V^{\gamma-1} = const. \quad (4.32)$$

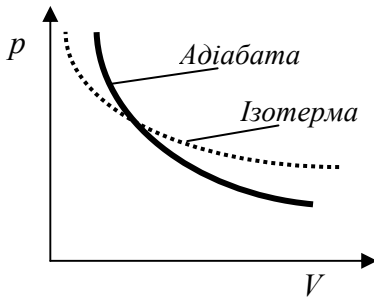


Рисунок 4.3 – Адіабата та ізотерма в координатах  $(p, V)$

що  $m, M$  і  $R$  - сталі величини

Використовуючи рівняння Менделєєва – Клапейрона можна отримати інші записи рівняння адіабати. Для цього з рівняння виразимо температуру

$$T = \frac{M}{m} \frac{pV}{R},$$

та підставимо її в рівняння (4.32), враховуючи,

$$\frac{M}{m} \frac{pV}{R} \cdot V^{\gamma-1} = const \Rightarrow pV \cdot V^{\gamma-1} = \frac{mRconst}{M}.$$

Тоді інший запис рівняння адіабатного процесу набуде вигляду

$$pV^\gamma = const. \quad (4.33)$$

Оскільки  $C_p > C_V$ , то  $\gamma > 1$ . Це означає, що адиабата має більший кут нахилу, ніж ізотерма (див. рис.4.3).

#### 4.7 ПОЛІТРОПНІ ПРОЦЕСИ

**Політропними** називають процеси, в яких теплоємність тіла залишається сталою

$$C = \text{const} . \quad (4.34)$$

Знайдемо рівняння політропи для ідеального газу. Запишемо рівняння першого закону термодинаміки для одного моля газу  $\nu = \frac{m}{M} = 1$ , враховуючи, що  $\partial Q = CdT$

$$CdT = C_V dT + pdV . \quad (4.35)$$

Для одного моля рівняння Менделєєва – Клапейрона має вигляд

$$pV = RT . \quad (4.36)$$

Продиференціюємо це рівняння

$$pdV + Vdp = RdT .$$

Звідки

$$\frac{pdV + Vdp}{R} = dT ,$$

тоді

$$C \frac{pdV + Vdp}{R} = C_V \frac{pdV + Vdp}{R} + pdV,$$

і

$$C(pdV + Vdp) = C_V(pdV + Vdp) + RpdV.$$

Винесемо множники  $pdV$  і  $Vdp$  за дужки та отримаємо

$$(C - C_V - R)pdV + (C - C_V)Vdp = 0. \quad (4.37)$$

Виконаємо заміну

$$C_p = C_V + R,$$

та розділимо вираз (4.37) на  $pV$  і отримаємо диференціальне рівняння

$$(C - C_p) \frac{dV}{V} + (C - C_V) \frac{dp}{p} = 0. \quad (4.38)$$

Інтегрування (4.37) рівняння приводить до співвідношення

$$(C - C_p) \ln V + (C - C_V) \ln p = const.$$

Розділимо його на  $(C - C_V)$ . Це можливо за умови, що  $C \neq C_V$

$$\frac{C - C_p}{C - C_v} \ln V + \ln p = \text{const}. \quad (4.38)$$

Визначимо співвідношення

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}, \quad (4.39)$$

як **показник політропи**. Тоді **рівняння політропного процесу** (4.38) набуде вигляду

$$pV^n = \text{const}. \quad (4.40)$$

Усі раніше розглянуті ізопроцеси та адіабатний процес – це політропні процеси з різними показниками політропи.

А таблиці 4.1 наведені теплоємності та показники політропи для цих процесів.

Таблиця 4.1 – Теплоємності та показники політропи для термодинамічних процесів

Процес	Теплоємність	Показник політропи	Рівняння процесу
Політропний	$C = \text{const}$	$n$	$pV^n = \text{const}$
Ізобарний	$C = C_p$	$n = 0$	$\frac{V}{T} = \text{const}$
Ізотермічний	$C = \infty$	$n = 1$	$pV = \text{const}$
Ізохорний	$C = C_v$	$n = \infty$	$\frac{p}{T} = \text{const}$
Адіабатний	$C = 0$	$n = \gamma$	$pV^\gamma = \text{const}$

З формули (4.39) знайдемо теплоємність ідеального

газу для політропного процесу

$$n(C - C_V) = C - C_p \Rightarrow C(n - 1) = nC_V - C_p,$$

тоді теплоємність ідеального газу для політропного процесу визначиться співвідношенням

$$C = \frac{nC_V - C_p}{n - 1}. \quad (4.41)$$

### 4.7.1 РОБОТА ПРИ ПОЛІТРОПНОМУ ПРОЦЕСІ

Робота, яка виконується при переході газу із одного стану в інший визначається формулою (4.6). Для інтегрування використаємо рівняння політропи (4.40) і виразимо  $p$  через  $V$ . Рівняння політропи можна записати наступним чином

$$pV^n = p_1V_1^n = p_2V_2^n,$$

звідки

$$p = \frac{p_1V_1^n}{V^n}. \quad (4.42)$$

Підставимо (4.42) у (4.6)

$$A = p_1V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n}. \quad (4.43)$$

У випадку, коли  $n \neq 1$ , інтегрування дає вираз для роботи при політропному процесі

$$A = \frac{p_1V_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]. \quad (4.44)$$

Для  $n = 1$  (ізотермічний процес) ми знайшли роботу раніше (4.15).

У таблиці 4.2 наведені робота, внутрішня енергія та вигляд першого закону термодинаміки для різних термо-

динамічних процесів.

Таблиця 4.2 - Робота, зміна внутрішньої енергії та вигляд першого закону термодинаміки для різних термодинамічних процесів.

Процес	Перший закон термодинаміки	Робота	Внутрішня енергія
Ізобарний $p = \text{const}$	$dQ = dA + dU$	$A = p\Delta V$ $A = \frac{m}{M} R\Delta T$	$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R\Delta T$
Ізохорний $V = \text{const}$	$dQ = dU$	$A = 0$	$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R\Delta T$
Ізотермічний $T = \text{const}$	$dQ = dA$	$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta U = 0$
Адіабатний	$dQ = 0$	$A = -\Delta U$	$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R\Delta T$
Політропний	$dQ = dA + dU$	$A = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$	$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R\Delta T$