

3 ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

3.1 ДОВЖИНА ВІЛЬНОГО ПРОБІГУ МОЛЕКУЛ

Концентрація молекул, наявність у них розмірів, та величезна їх швидкість призводять до того, що молекули безперервно стикаються одна з одною. Між двома послідовними зіткненнями молекули рухаються рівномірно і прямолінійно.

Довжиною вільного пробігу молекули називається відстань λ , яку молекула пролітає за час руху від одного стикання до іншого. Ці відстані можуть бути різними. Тому в кінетичній теорії вводять поняття **середньої довжини вільного пробігу молекул** $\langle \lambda \rangle$. Величина $\langle \lambda \rangle$ є характе-

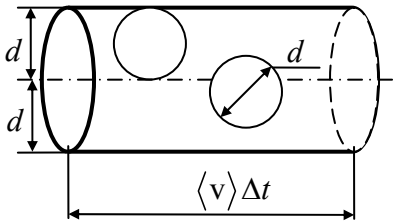


Рисунок 3.1– Довжина вільного пробігу молекул

ристикою усієї сукупності молекул газу за певних значень тиску та температури.

Для підрахунку $\langle \lambda \rangle$ необхідно прийняти певну модель газу. Припустимо, що молекули є кульками з діаметром $d \sim 10^{-10}$ м.

Підрахуємо середню кількість зіткнень Z молекули з іншими молекулами за час Δt при її русі в однорідному газі.

Для спрощення підрахунків припустимо, рухається тільки одна молекула, а інші молекули не рухаються. Швидкість цієї молекули дорівнює середній арифметичній швидкості $\langle v \rangle$. Під час свого руху молекула буде стикатися з усіма молекулами газу, центри яких знаходяться на відстанях менших або таких, що дорівнюють діаметру мо-

лекул d . За одиницю часу рухома молекула зіткнеться з усіма частинками, центри яких знаходяться усередині циліндра висотою $\langle v \rangle \Delta t$ і радіусом основи d . Зобразимо цей шлях молекули на рис 3.1.

Тоді кількість зіткнень Z молекули з іншими молекулами за час Δt буде дорівнювати кількості молекул, центри яких знаходяться в циліндрі довжиною, $\langle v \rangle \Delta t$, і діаметром $2d$

$$Z = \pi d^2 \langle v \rangle \Delta t n, \quad (3.1)$$

де n - концентрація молекул.

У співвідношення (3.1) потрібно внести поправку на те, що дана молекула стикається не з нерухомими молеку-

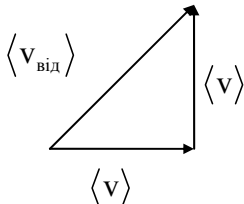


Рисунок 3.2 – До визначення відносної швидкості молекули газу

лами, а з рухомими. Це можна врахувати, якщо замість середньої абсолютної швидкості у (3.1) записати середню відносну швидкість. Але швидкість – це вектор, тому у середньому швидкості молекул, які стикаються будуть взаємно перпендикулярними (рис. 3.2). Тоді

$$\langle v_{\text{від}} \rangle = \langle v \rangle \sqrt{2}. \quad (3.2)$$

Таким чином, кінцева формула для кількості зіткнень набуде вигляду

$$\langle Z \rangle = \sqrt{2} \cdot \pi d^2 n \langle v \rangle \Delta t. \quad (3.3)$$

3 ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

Середня відстань, яку пролітає молекула за одиницю часу дорівнює $\langle v \rangle$. Вона дорівнює добутку

$$\langle v \rangle = \frac{\langle Z \rangle \cdot \langle \lambda \rangle}{\Delta t}. \quad (3.4)$$

З отриманого співвідношення (3.4) середня довжина вільного пробігу молекул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle \Delta t}{\langle Z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi d^2 n}. \quad (3.5)$$

З отриманої формули випливає, що при сталій температурі, коли концентрація молекул пропорційна тиску, середня довжина вільного пробігу обернено пропорційна тиску.

Довжина вільного пробігу молекул не залежить від температури.

3.2 ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

Внаслідок хаотичного теплового руху молекули стикаються одна з одною. Стикання молекул – це процес їх взаємодії, внаслідок якого змінюється напрямок і модуль швидкості молекул. Це означає, що під час руху молекули передають одна одній енергію та імпульс. При переміщенні вони змінюють розподіл маси у просторі. Таким чином, молекули переносять з однієї області простору в іншу масу, імпульс і енергію. Відповідно до цього розрізняють **три процеси переносу:**

- 1) **дифузія** – перенос маси;
- 2) **в'язкість** (внутрішнє тертя) – перенос імпульсу спрямованого руху;
- 3) **теплопровідність** – перенос кінетичної енергії.

Знаючи довжину вільного пробігу, можна розрахувати так звані коефіцієнти переносу: дифузії, теплопровідності та внутрішнього тертя (в'язкості). Усі ці три явища підкоряються загальному за формою закону, оскільки вони спричиняються одним – хаотичним рухом молекул.

Але усі явища переносу виникають у газах внаслідок порушення повної хаотичності руху молекул. Ці порушення викликані спрямованим впливом на газ, який призводить у випадку дифузії до неоднорідної густини, у випадку теплопровідності до різних температур в різних частинах об'єму газу. Внутрішнє тертя пов'язано зі створенням упорядкованого руху різних шарів газу з різними швидкостями.

Порушення повної хаотичності руху молекул у явищах переносу супроводжується відхиленням від максвелівського закону розподілу молекул за швидкостями. Саме відхиленнями від цього закону пояснюється **спрямований перенос маси, імпульсу і внутрішньої енергії газу**.

Строгий молекулярно-кінетичний аналіз явищ переносу є досить складним. У кожному конкретному випадку зовнішнього впливу на газ необхідно спочатку виявити відхилення від максвелівського розподілу і вже потім можна перейти до вивчення закономірностей явища переносу, спричиненого цим впливом.

Вперше подібний розрахунок провів Максвел виходячи з аналізу динаміки молекулярних стикань. Ми не будемо виконувати строгі розрахунки. Обмежимося тільки розглядом явищ переносу та їх наближеним якісним обґрунтуванням.

Розглянемо кожний процес окремо.

3.2.1 ДИФУЗИЯ

В найпростішому випадку **дифузія** – це явище самочинного взаємного проникнення та перемішування частин двох газів, які стикаються. Дифузія також спостерігається в рідинах та твердих тілах. При сталій температурі явище дифузії полягає в переносі маси газу з областей з більшою концентрацією даного газу в області з його меншою концентрацією. Якщо в одній частині простору густина молекул ρ більша, ніж в іншій, то через певну уявно виділену площадку dS за час dt в одному напрямку пройде молекул більше, ніж в протилежному (рис.3.3). Таким чином, через площадку буде перенесена певна маса газу dm і з

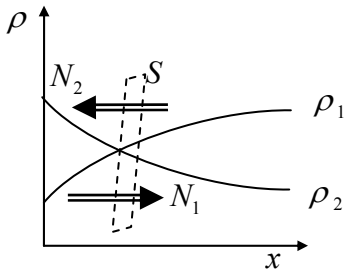


Рисунок 3.3– До пояснення рівняння дифузії

часом густина газу буде поступово вирівнюватися. Швидкість цього вирівнювання визначається градієнтом густини. Для одновимірного випадку градієнт густини дорівнює $\frac{d\rho}{dx}$.

У випадку, коли перенос маси відбувається у всіх напрямках, тобто за осями x, y, z , градієнт має більш складний вираз і вказує на напрямок найбільшої зміни густини, але ми розглянемо тільки одновимірний випадок. За змістом у одновимірному випадку градієнт показує, як змінюється густина на одиницю довжини. Такий процес називається **самодифузійою**. У випадку, коли молекули однієї речовини проникають за рахунок теплового руху в міжмолекулярний простір іншої величини, то процес називають **взаємною дифузійою**.

Рівняння дифузії (переносу маси) в одновимірному

випадку називається **законом Фіка**:

$$dm = D \frac{d\rho}{dx} \cdot dS \cdot dt, \quad (3.6)$$

або

$$j = \frac{dm}{dS \cdot dt} = D \frac{d\rho}{dx}, \quad (3.7)$$

де $D \left(\frac{m^2}{c^2} \right)$ - **коефіцієнт дифузії** – за змістом – це маса газу, яка переноситься за одиницю часу через одиничну площадку за умови, що градієнт густини дорівнює одиниці; $j \left(\frac{kg}{m^2 \cdot c} \right)$ - **густина потоку маси** – це маса, яка переноситься за одиницю часу через одиничну площадку.

У такому вигляді рівняння дифузії можна застосовувати до газів і рідин. З молекулярно-кінетичної теорії можна отримати вираз для **коефіцієнта дифузії ідеального газу** D

$$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \cdot \langle v \rangle, \quad (3.8)$$

де $\langle \lambda \rangle$ - **середня довжина вільного пробігу молекул**; $\langle v \rangle$ - середня арифметична швидкість молекул.

3.2.2 В'ЯЗКІСТЬ (ВНУТРІШНЄ ТЕРТЯ)

Нехай по трубі у напрямку x плине газ із швидкістю u (див. рис. 3.4). При цьому молекули газу одночасно беруть участь у двох видах руху: направленому із швидкістю u і хаотичному тепловому із швидкістю v .

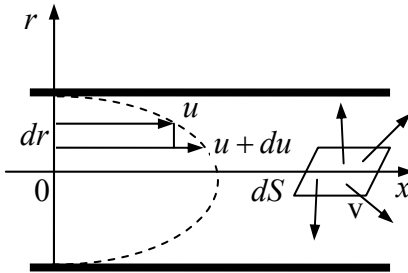


Рисунок 3.4— До пояснення явища в'язкості

Виділимо у потоці площадку dS . За рахунок теплового руху молекули будуть проходити через площадку та переносити з собою імпульс направленного руху mu . Поблизу стінок завдяки стиканням з

ними імпульс направленного руху буде зменшуватися. Таким чином, шари молекул біля стінок будуть мати меншу швидкість і відповідно гальмувати сусідні шари. Очевидно, що швидкості в різних точках потоку будуть різними, тобто швидкості направленного руху розподіляються за певним законом залежно від радіального напрямку r (див. рис. 3.4).

Таким чином, під час руху газу в потоці відбувається гальмування одних шарів газу іншими – це називається **внутрішнім тертям або в'язкістю**, а гальмівна сила – **силою внутрішнього тертя**.

Рівняння переносу для імпульсу спрямованого руху має вигляд

$$dp = \eta \cdot \rho \frac{du}{dr} dS \cdot dt. \quad (3.9)$$

Візьмемо до уваги, що

$$F = \frac{dp}{dt},$$

тоді закон Ньютона для внутрішнього тертя має вигляд

$$F = \eta \cdot \rho \frac{du}{dr} dS. \quad (3.10)$$

де $\frac{dU}{dr}$ - **градієнт швидкості**, який показує, на скільки змінюється швидкість спрямованого руху на одиниці радіального напрямку; η - коефіцієнт пропорційності, який називається **коефіцієнтом динамічної в'язкості або коефіцієнтом внутрішнього тертя**.

За змістом, динамічна в'язкість дорівнює силі внутрішнього тертя, яке діє на одиничну площадку при одиничному градієнті швидкості. Одиницями вимірювання динамічної в'язкості $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$.

Величина

$$\xi = \eta \cdot \rho \quad (3.11)$$

називається кінематичним коефіцієнтом в'язкості, де ρ - густина газу.

З МКТ можна отримати для ідеального газу коефіцієнт в'язкості

$$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \cdot \langle v \rangle \rho. \quad (3.12)$$

3.2.3 ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ

Припустимо, що газ знаходиться між двома стінками, температури яких складають T_1 і T_2 , рис. 3.5.

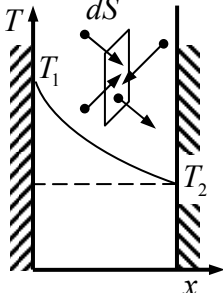


Рисунок 3.5– До пояснення явища теплопровідності

Внаслідок безперервного руху молекул вони стикаються з стінками і між собою та набувають (або віддають) кінетичну енергію. Оскільки температура пов'язана з кінетичною енергією поступального руху молекул - $\varepsilon = \frac{3}{2}kT$, то як результат між стінками поступово встановиться певний розподіл температури (див. рис. 3.5).

Процес передачі теплоти з однієї точки у іншу точку простору за рахунок теплового руху молекул називається **теплопровідністю**. Рівняння переносу в цьому випадку називається **рівнянням теплопровідності (рівняння Фур'є)** і має вигляд

$$dQ = \chi \frac{dT}{dx} dS \cdot dt \quad (3.13)$$

або

$$q = \frac{dQ}{dS \cdot dt} = \chi \frac{dT}{dx}, \quad (3.14)$$

де $q \left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с}} \right)$ - густина потоку теплоти; χ - коефіцієнт теплопровідності.

За змістом коефіцієнт теплопровідності – це кількість теплоти, яка пройшла за одиницю часу

через одиничну площадку при одиничному градієнті температури.

$\frac{dT}{dx}$ - градієнт температури, в одновимірному випадку,

коли температура змінюється тільки в напрямку x градієнт показує, на скільки змінюється температура на одиниці відстані.

Рівняння теплопровідності (3.14) є застосовним для газів, рідин та твердих тіл. Для ідеального газу з молекулярно-кінетичної теорії можна отримати **коефіцієнт теплопровідності для ідеального газу**

$$\chi = \frac{1}{3} \lambda \cdot \langle v \rangle \cdot \rho \cdot C_V, \quad (3.15)$$

C_V - питома теплоємність газу при сталому об'ємі.

Коефіцієнти D, η і χ мають загальну назву коефіцієнтів переносу, їх значення можна встановити дослідним шляхом з використанням рівнянь переносу. Оскільки в теоретичні вирази для цих коефіцієнтів входять мікро параметри молекул газу, то визначивши коефіцієнти D, η і χ можна отримати важливі відомості про молекули. Потрібно враховувати, що коефіцієнти переносу отримані у припущенні моделі ідеального газу, отже їх значення потрібно розглядати як наближені.

Незважаючи на те, що швидкості хаотичного руху молекул є величезними – сотні і тисячі метрів за секунду, процеси переносу відбуваються повільно. Це відомо з повсякденного досвіду, пов'язаного з обігрівачами. Наведений факт пояснюється тим, що молекула з величезною швидкістю рухається від одного стикання до іншого, після стикання напрямом її руху змінюється аж до протилежного. Шлях молекули є ломаною лінією. Тому молекула ру-

3 ЯВИЩА ПЕРЕНОСУ

хається по об'єму повільно.

Молекулярно-кінетична теорія добре пояснює численні явища в газах у тих випадках, коли гази за своїми властивостями подібні до ідеального. У тих випадках, коли взаємодією молекул знехтувати не можна, результати, отримані з МКТ не відповідають дослідним фактам, оскільки врахувати цю взаємодію дуже складно. На завершення наведемо таблицю законів і коефіцієнтів явищ переносу для одновимірного випадку.

Таблиця 3.1 – Явища переносу та відповідні закони

Явище	Фізична величина, яка переноситься	Основний закон явища переносу	Формула для коефіцієнта переносу
Дифузія	Маса	$j = D \frac{d\rho}{dx}$	$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \cdot \langle v \rangle$
Внутрішнє тертя	Імпульс	$\frac{dp}{dS \cdot dt} = \eta \cdot \rho \frac{du}{dr}$	$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \cdot \langle v \rangle \rho$
Теплопровідність	Внутрішня енергія	$q = \chi \frac{dT}{dx}$	$\chi = \frac{1}{3} \lambda \cdot \langle v \rangle \cdot \rho \cdot C_V$

