

## 18 ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

### ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

#### 18.1 Закон Брюстера

$$\operatorname{tg}\theta_B = \frac{n_2}{n_1},$$

де  $\theta_B$  – кут падіння, при якому світло, що відбилося від діелектрика, повністю поляризоване;  $n_2$  і  $n_1$  – показники заломлення другого та першого середовища відповідно.

#### 18.2 Закон Малюса для ідеального поляризатора

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

де  $I_0$  – інтенсивність поляризованого світла, що падає на поляризатор;  $I$  – інтенсивність цього світла після проходження поляризатора;  $\varphi$  – кут між площинами поляризації світла, яке падає на поляризатор, та поляризатора.

#### Закон Малюса для неідеального поляризатора

$$I = I_0(1 - k) \cos^2 \alpha,$$

де  $k$  - коефіцієнт поглинання світла в аналізаторі.

#### 18.3 Ступінь поляризації світла

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де  $I_{\max}$  та  $I_{\min}$  – максимальна та мінімальна інтенсивності світла, яке пропускається поляризатором.

**18.4 Кут повороту площини поляризації** при проходженні світла через оптично активну речовину:

а) для твердих тіл

$$\varphi = \alpha d ,$$

де  $\alpha$  – стала обертання;  $d$  – довжина шляху, пройденого світлом в оптично активній речовині;

б) для розчинів

$$\varphi = [\alpha]Cd ,$$

де  $[\alpha]$  – питоме обертання;  $C$  – масова концентрація оптично активної речовини в розчині;  $d$  – довжина шляху світла у речовині.

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

**Приклад 18.1** Пучок світла з повітря падає на поверхню рідини під кутом  $\theta_1 = 54^\circ$ . Визначити кут заломлення  $\theta_2$  пучка, якщо відбитий пучок повністю поляризований.

## Розв'язання

$$\theta_2 - ?$$


---


$$\theta_1 = 54^\circ.$$

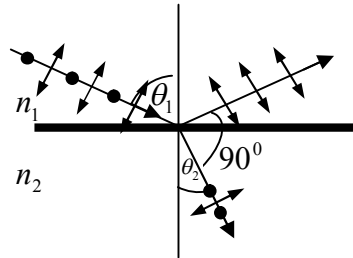


Рисунок 1

Відбитий пучок світла буде повністю поляризований (рис.1), якщо світло падає на межу поділу двох середовищ під кутом Брюстера. Цей кут визначається такою умовою:

$$\operatorname{tg}\theta_1 = n_2/n_1,$$

де  $n_1$  і  $n_2$  – показники заломлення середовищ, у яких поширюються падаючий та заломлений промені відповідно.

Кут заломлення  $\theta_2$  можна визначити за допомогою закону заломлення світлових променів на межі поділу двох середовищ:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Враховуючи, що  $\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1}$ , одержимо

$$\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Звідки випливає, що

$$\cos \theta_1 = \sin \theta_2,$$

або

$$\sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) = \sin \theta_2.$$

Тоді

$$\frac{\pi}{2} - \theta_1 = \theta_2 \Rightarrow \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}.$$

Таким чином, коли світло падає на границю поділу середовищ під кутом Брюстера, то сума кутів падіння та заломлення дорівнює  $90^\circ$ .

Звідси легко визначити кут заломлення:

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1, \quad \theta_2 = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ.$$

**Відповідь:**  $\theta_2 = 36^\circ$ .

**Приклад 18.2** Граничний кут повного внутрішнього відбивання пучка світла на границі поділу рідини з повітрям дорівнює  $\theta = 43^\circ$ . Визначити кут Брюстера  $\theta_B$  для падіння променя з повітря на поверхню цієї рідини.

**Розв'язання**

$$\theta_B - ?$$

$$\theta = 43^\circ.$$

Кут повного внутрішнього відбивання на границі поділу рідини з показником заломлення  $n$  і повітря з показником заломлення  $n_{II} = 1$  визначається з умови

$$\sin \theta_B = \frac{n}{n_{II}} = n. \quad (1)$$

Звідси показник заломлення рідини дорівнює  $n = \sin 43^\circ$ . Кут Брюстера визначається з умови

$$\operatorname{tg} \theta_B = \frac{1}{n}. \quad (2)$$

Порівнюючи співвідношення (1) і (2), отримаємо

$$\operatorname{tg} \theta_B = \frac{1}{\sin \theta}.$$

Отже,

$$\theta_B = \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{\sin \theta} \right).$$

Обчислення дають

$$\theta_B = \operatorname{arctg} \left( \frac{1}{\sin 43^\circ} \right) = 55,7^\circ.$$

**Відповідь:**  $\theta_B = 55,7^\circ$ .

**Приклад 18.3** У частково поляризованому світлі амплітуда вектора напруженості електричного поля, що відповідає максимальній інтенсивності світла, в  $m = 2$  рази більша за амплітуду, що відповідає мінімальній інтенсивності світла. Визначити ступінь поляризації  $P$  світла.

**Розв'язання**

Згідно з визначенням ступінь поляризації  $P$  світла дорівнює:

$$\frac{P-?}{m = 2.}$$

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1)$$

де  $I_{\max}$  і  $I_{\min}$  відповідно максимальна та мінімальна інтенсивності світла, яке пройшло через аналізатор. Враховуючи, що інтенсивність світла  $I$  пропорційна квадрату амплітуди  $E$  вектора напруженості електричного поля, одержимо

$$I = k^2 E^2, \quad (2)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Підставимо співвідношення (2) у (1) та отримаємо

$$P = \frac{kE_{\max}^2 - kE_{\min}^2}{kE_{\max}^2 + kE_{\min}^2} = \frac{E_{\max}^2 - E_{\min}^2}{E_{\max}^2 + E_{\min}^2}.$$

Відповідно до умови задачі  $E_{\max} = mE_{\min} = 2E_{\min}$ , тому

$$P = \frac{m^2 - 1}{m^2 + 1} = \frac{3}{5}.$$

**Відповідь:**  $P = 0,6$ .

**Приклад 18.4** Ступінь поляризації  $P$  частково поляризованого світла дорівнює 0,5. У скільки разів відрізняється максимальна інтенсивність світла, що проходить через аналізатор, від мінімальної?

**Розв'язання**

Ступінь поляризації  $P$  світла за визначенням дорівнює

$$\frac{I_{\max}/I_{\min}-?}{P=0,5.}$$

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

де  $I_{\max}$  і  $I_{\min}$  відповідно максимальна та мінімальна інтенсивності світла, що пройшло через аналізатор. Поділимо чисельник і знаменник цього виразу на  $I_{\min}$  та одержимо

$$P = \frac{\frac{I_{\max}}{I_{\min}} - 1}{\frac{I_{\max}}{I_{\min}} + 1}.$$

Розв'язуючи останнє рівняння відносно  $I_{\max}/I_{\min}$ , приходимо до співвідношення

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1+P}{1-P}.$$

Підставимо в отримане співвідношення числові значення та отримаємо

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1+0,5}{1-0,5} = \frac{1,5}{0,5} = 3.$$

**Відповідь:**  $I_{\max}/I_{\min} = 3$ .

**Приклад 18.5** На шляху частково поляризованого світла, ступінь поляризації  $P$  якого дорівнює 0,6, поставили аналізатор, так, що інтенсивність світла, що пройшло через нього, стала максимальною. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, якщо площину пропускання аналізатора повернути на кут  $\alpha=30^\circ$ ?

**Розв’язання**

Відповідно до закону Малюса, якщо на поляризатор падає плоскополяризоване світло з інтенсивністю  $I_{0p}$ , то інтенсивність світла на виході поляризатора  $I_p$  буде дорівнювати

$$I_p = I_{0p} \cos^2 \alpha ,$$

де  $\alpha$  – кут між площиною поляризації падаючого світла та площиною пропускання поляризатора. Якщо на поляризатор падає природне неполяризоване світло з випадковими напрямками коливань світлового вектора, то для визначення інтенсивності світла, яке пройшло через поляризатор, потрібно у співвідношенні Малюса виконати усереднення по всіх кутах  $\alpha$ . Враховуючи, що середнє значення  $\cos^2 \alpha$  дорівнює

$$\langle \cos^2 \alpha \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha \, d\alpha = \frac{1}{2},$$

одержуємо ослаблення інтенсивності падаючого природного світла  $I_{0p}$  у два рази.

Тепер, знаючи, як поляризоване і природне світло проходять через поляризатор, подамо частково поляризоване світло у вигляді суми природного світла з інтенсивністю  $I_{0e}$  і плоскополяризованого світла з інтенсивністю  $I_{0p}$ . Якщо таку суміш про-



пустити через аналізатор, то відповідно до закону Малюса максимальна інтенсивність прохідного світла буде дорівнювати

$$I_{\max} = I_{0p} + (1/2)I_{0e},$$

а мінімальна

$$I_{\min} = (1/2)I_{0e}.$$

Тоді ступінь поляризації цього світла може бути визначений таким чином:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_{0p}}{I_{0p} + I_{0e}}. \quad (1)$$

За умовою задачі спочатку поляризатор був у положенні, коли інтенсивність прохідного світла була максимальною, тобто

$$I_{\max} = I_{0p} + (1/2)I_{0e}.$$

Площина поляризації поляризованого компонента в цьому випадку збігається із площиною пропускання поляризатора. Якщо тепер поляризатор повернути на кут  $\alpha$ , то інтенсивність поляризованого компонента світла зменшиться за законом Малюса. Інтенсивність прохідного природного компонента не зміниться та буде, як і раніше дорівнювати половині інтенсивності природного компонента в падаючому на поляризатор світлі. Тоді інтенсивність прохідного світла стане дорівнювати

$$I_{\alpha} = \frac{1}{2}I_{0e} + I_{0p} \cos^2 \alpha.$$

Відношення інтенсивностей  $I_{\max}/I_{\alpha}$ , яке потрібно знайти

в задачі:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = \frac{I_{0p} + \frac{1}{2}I_{0e}}{\frac{1}{2}I_{0e} + I_{0p} \cos^2 \alpha}, \quad (2)$$

виразимо через відношення інтенсивностей  $I_{0p}/I_{0e}$ , поділивши чисельник і знаменник співвідношення (2) одночасно на  $I_{0e}$ :

$$\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = \frac{\frac{I_{0p}}{I_{0e}} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{I_{0p}}{I_{0e}} \cos^2 \alpha}. \quad (3)$$

Виконаємо перетворення у співвідношенні (1), розділивши спочатку чисельник і знаменник цього виразу на  $I_{0p}$ :

$$P = \frac{1}{1 + I_{0e}/I_{0p}}.$$

Звідси отримаємо

$$I_{0p}/I_{0e} = P/(1 - P). \quad (4)$$

Підставивши (4) у (2), одержимо

$$\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = \frac{\frac{P}{1 - P} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{P}{1 - P} \cos^2 \alpha}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин у це співвідношення та обчислимо

$$\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = \frac{\frac{0,6}{1-0,6} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{0,6}{1-0,6} \cos^2 30^{\circ}} = \frac{\frac{0,6}{0,4} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{0,6}{0,4} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4}{1 + \frac{9}{4}} = 1,23.$$

**Відповідь:**  $I_{\max}/I_{\alpha} = 1,23$ .

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

**18.1** Пучок природного світла, який розповсюджується у воді, відбивається від грані алмаза, зануреного у воду. При якому куті падіння відбите світло повністю поляризоване?

**Відповідь:**  $\theta = 61^{\circ}12'$ .

**18.2** Визначити показник заломлення світла у нижченаведених випадках: а) для непрозорої емалі кут повної поляризації при відбиванні дорівнює  $58^{\circ}$ ; б) для прозорої речовини, для якої кут повної поляризації (при падінні світла ззовні) дорівнює граничному куту.

**Відповідь:** а)  $n = 1,6$ ; б)  $n = 1,272$ .

**18.3** Кут Брюстера  $\theta_B$  при падінні світла з повітря на кристал кам'яної солі дорівнює  $57^{\circ}$ . Визначити швидкість світла в цьому кристалі.

**Відповідь:**  $v = 1,94 \cdot 10^8$  м/с.

**18.4** Знайти кут повної поляризації при відбиванні світла від скла, показник заломлення якого дорівнює  $n = 1,57$ .

**Відповідь:**  $\varphi = 1,004$  рад ( $57^{\circ}30'$ ).

**18.5** Пучок природного світла падає на скляну призму з показником заломлення  $n = 1,6$ . Визначити кут падіння  $\theta$ , якщо відбитий пучок максимально поляризований.

**Відповідь:**  $\theta = 58^{\circ}$ .

**18.6** Аналізатор у два рази зменшує інтенсивність світла, яке пройшло поляризатор. Визначити кут  $\theta$  між площинами поляризації поляризатора та аналізатора.

**Відповідь:**  $\theta = 45^{\circ}$ .

**18.7** Кут між площинами поляризації поляризатора та аналізатора дорівнює  $\theta = 45^{\circ}$ . У скільки разів  $k = I_0 / I$  зменшиться інтенсивність світла, що виходить із аналізатора, якщо цей кут збільшити до  $\theta_1 = 60^{\circ}$ ?

**Відповідь:**  $k = 2$  рази.

**18.8** Кут  $\alpha$  між площинами поляризації поляризатора та аналіза-

тора дорівнює  $45^{\circ}$ . У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, що виходить із аналізатора, якщо цей кут збільшити до  $60^{\circ}$ ?

**Відповідь:** у 2 рази.

**18.9** У скільки разів послаблюється інтенсивність світла, що проходить через два поляризатори, площини поляризації яких утворюють кут  $\alpha = 30^{\circ}$ , якщо у кожному поляризаторі окремо втрачається 10% інтенсивності падаючого на нього світла?

**Відповідь:** у 3,3 разу.

**18.10** При падінні природного світла на деякий поляризатор, крізь нього проходить 30% світлового потоку, через два таких поляризатори - 13,5%. Знайти кут між площинами пропускання цих поляризаторів.

**Відповідь:**  $\theta = 30^{\circ}$ .

**18.11** Пучок природного світла падає на систему із шести поляризаторів, площина пропускання кожного з яких повернена на  $\theta = 30^{\circ}$  відносно площини пропускання попереднього. Яка частина світлового потоку проходить через цю систему?

**Відповідь:**  $k = 0,12$ .

**18.12** Аналізатор у  $k = 2$  рази зменшує інтенсивність світла, що проходить до нього від поляризатора. Визначити кут  $\alpha$  між площинами пропускання поляризатора та аналізатора. Втратами світла в аналізаторі знехтувати.

**Відповідь:**  $\alpha = 45^{\circ}$ .

**18.13** Поглинання світла у призмі Ніколя таке, що найбільша інтенсивність поляризованого світла, яке пройшло через нього, дорівнює 90% інтенсивності поляризованого світла, що падає на нього.

1 У скільки разів зменшується інтенсивність природного світла при проходженні його через дві призми Ніколя, площини поляризації яких складають кут  $63^{\circ}$ ?

2 У скільки разів зменшується інтенсивність світла, якщо, крім двох призм Ніколя, зазначених в умові 1, світло проходить ще через одну, напрямок площини поляризації якої є таким самим, як і для першої призми?

**Відповідь:** 1 у 12 разів; 2 у 65 разів.

**18.14** Між двома схрещеними поляризаторами поставили третій під кутом  $\alpha$ . При якому куті  $\alpha$  коефіцієнт пропускання такої системи максимальний, а при якому - мінімальний?

**Відповідь:**  $\min - 0^\circ, \pm 90^\circ, \pm 180^\circ$ ;  $\max \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$ .

**18.15** Є два однакових недосконалих поляризатори, кожний з яких обумовлює ступінь поляризації  $P = 0,8$ . Який максимальний ступінь поляризації можуть забезпечити ці два поляризатори, встановлені послідовно один за одним?

**Відповідь:**  $P_{\max} = 0,976$ .

**18.16** У частково поляризованому світлі амплітуда світлового вектора, що відповідає максимальній інтенсивності світла, у 2 рази більша за амплітуду, що відповідає мінімальній інтенсивності. Визначити ступінь поляризації світла  $P$ .

**Відповідь:**  $P = 0,6$ .

**18.17** На шляху частково поляризованого світла зі ступенем поляризації  $P = 0,6$  поставили аналізатор, так, щоб він пропускав максимальну інтенсивність світла. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла, що проходить через аналізатор, якщо його площину пропускання повернути на  $\alpha = 30^\circ$ ?

**Відповідь:** у 1,23 разу.

**18.18** Пластинку кварцу товщиною  $d_1 = 2$  мм, вирізану перпендикулярно до оптичної осі, помістили між двома поляризаторами, площини пропускання яких збігаються. Після проходження пластинки площина поляризації світла повернулася на кут  $\varphi = 53^\circ$ . Визначити товщину  $d_2$  пластинки, при якій світло не проходить через аналізатор.

**Відповідь:**  $d_2 = 3,4$  мм.

**18.19** Чистий нікотин у скляній трубці довжиною  $l = 8$  см повертає площину поляризації жовтого світла на кут  $\varphi = 137^\circ$ . Густина нікотину  $\rho = 1010$  кг/м<sup>3</sup>. Визначити питоме обертання нікотину.

**Відповідь:**  $[\alpha] = 0,03$  рад·м<sup>2</sup>/кг (1,7 град·м<sup>2</sup>/кг).

**18.20** Розчин глюкози з масовою концентрацією  $\rho = 280$  кг/м<sup>3</sup>,

який міститься у скляній трубці, повертає площину поляризації монохроматичного світла на  $\varphi = 32^\circ$ . Визначити масову концентрацію глюкози в іншому розчині, налитому у ту саму трубку, якщо він повертає площину поляризації світла на  $\varphi = 24^\circ$ .

**Відповідь:**  $\rho_1 = 210 \text{ кг/м}^3$ .

**18.21** Кут повороту площини поляризації жовтого світла при проходженні через трубку з розчином цукру дорівнює  $\varphi = 40^\circ$ . Довжина трубки  $d = 15 \text{ см}$ . Питоме обертання цукру дорівнює  $[\alpha] = 0,0117 \text{ (рад}\cdot\text{м}^2\text{)/кг}$ . Визначити масову концентрацію цукру в розчині.

**Відповідь:**  $\rho = 398 \text{ кг/м}^3$ .

**18.22** На шляху частково поляризованого світла розміщений поляризатор у положенні, що пропускає максимальну кількість світла. При його повороті на  $\theta = 60^\circ$  інтенсивність прохідного світла зменшилася у три рази. Знайти ступінь поляризації падаючого світла  $P$ .

**Відповідь:**  $P = 0,8$ .

**18.23** На поляризатор падає пучок частково поляризованого світла. При деякому положенні поляризатора інтенсивність світла, що пройшло через нього, стала мінімальною. Коли площину пропускання поляризатора повернули на кут  $\beta = 45^\circ$ , інтенсивність світла зросла в  $k = 1,5$  рази. Визначити ступінь поляризації  $P$  світла.

**Відповідь:**  $P = 0,348$ .

**18.24** Ступінь поляризації частково поляризованого світла  $P = 0,25$ . Знайти відношення інтенсивності поляризованої складової цього світла до інтенсивності природної складової.

**Відповідь:**  $0,3$ .

**18.25** На шляху частково поляризованого світла зі ступенем поляризації, що дорівнює  $P = 0,5$ , поставлений аналізатор. Знайти максимальний і мінімальний коефіцієнти пропускання цього аналізатора.

**Відповідь:**  $0,25$  і  $0,75$ .