

8 ІДЕАЛЬНИЙ ГАЗ. ПРОЦЕСИ В ІДЕАЛЬНОМУ ГАЗІ**ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ****8.1 Рівняння стану ідеального газу****Рівняння Клапейрона**

$$pV/T = \text{const},$$

рівняння Менделєєва - Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT, \text{ або } pV = \nu RT,$$

де m – маса газу; M – молярна маса; R – універсальна газова стала; $\nu = \frac{m}{M}$ – кількість речовини; T – термодинамічна температура.

8.2 Закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

де p – тиск суміші газів; p_i – парціальний тиск i -ї складової суміші; n – кількість складових суміші.

8.3 Молярна маса суміші газів

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_k}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_k}.$$

8.4 Масова частка i -ї складової суміші

$$\omega_i = \frac{m_i}{m},$$

де m_i - маса i -ї складової суміші; m – маса суміші.

8.2 Ізопроееси в ідеальному газі

Ізотермічний процес (рис.1) здійснюється при сталій температурі ($T = const$), при цьому $m = const$:

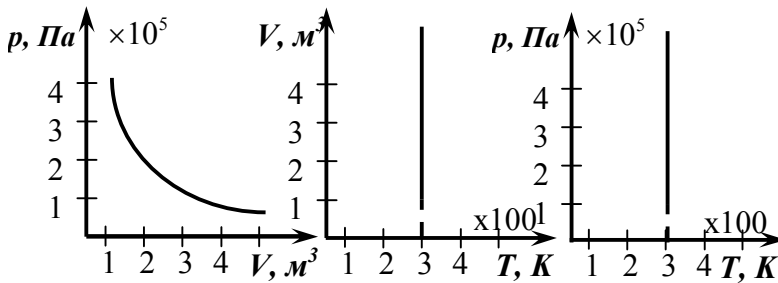


Рисунок 1 – Ізотермічний процес, $T = const$

$$pV = const .$$

Ізобарний процес (рис. 2) – це процес, який здійснюється при сталому тиску $p = const$:

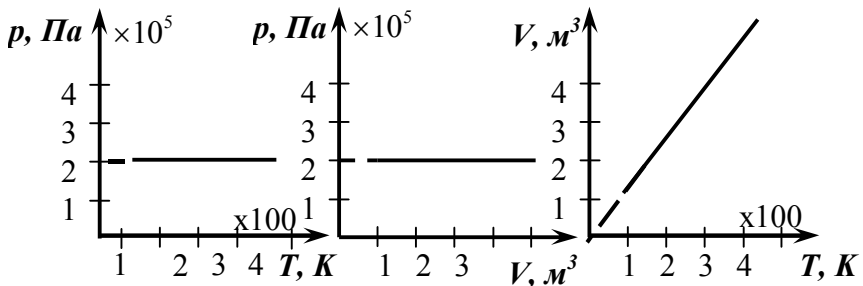


Рисунок 2 - Ізобарний процес, $p = const$

$$\frac{V}{T} = const .$$

Ізохорний процес (рис. 3) здійснюється при сталому об'ємі системи:

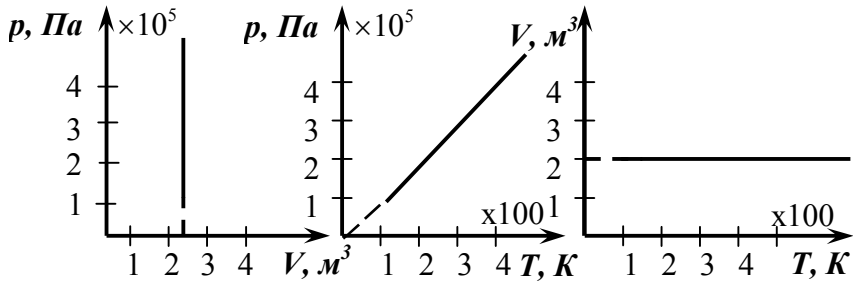


Рисунок 3 - Ізохорний процес, $V = const$

$$\frac{p}{T} = const .$$

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 8.1 Посудина з повітрям, тиск в якій $p_1 = 97 \text{ кПа}$, з'єднана з поршневим пристроєм, що відкачує повітря. Після п'яти ходів поршня тиск повітря в посудині дорівнює $p_2 = 29 \text{ кПа}$. Визначити відношення об'ємів посудини і циліндра пристрою.

Розв'язання

Нехай V_1, V_2 – об'єми посудини і пристрою, що відкачує повітря. Після першого з'єднання циліндра з посудиною відповідно до закону Бойля-Маріотта маємо

$$\frac{V_1}{V_2} = ?$$

$$p_1 = 97 \text{ кПа} \quad 9,7 \cdot 10^4 \text{ Па},$$

$$p_2 = 29 \text{ кПа} \quad 2,9 \cdot 10^4 \text{ Па},$$

$$k = 5.$$

$$p_0 V_1 = p_1 (V_1 + V_2),$$

звідси

$$p_1 = p_0 V_1 / (V_1 + V_2).$$

Після другого з'єднання

$$p_1 V_1 = p_2 (V_1 + V_2),$$

звідки

$$p_2 = p_1 V_1 / (V_1 + V_2) \quad p_0 V_1^2 / (V_1 + V_2)^2.$$

Аналогічно після п'ятого з'єднання

$$p_5 = p_0 V_1^5 / (V_1 + V_2)^5.$$

Проведемо математичні перетворення в отриманому виразі

$$\frac{p_0}{p_5} = \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1^5} \right)^5 \Rightarrow \frac{V_1 + V_2}{V_1} = \left(\frac{p_0}{p_5} \right)^{1/5} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_0}{p_5} \right)^{1/5} - 1,$$

звідки

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\sqrt[5]{p_0/p_5} - 1}.$$

Після розрахунків отримаємо

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{\sqrt[5]{9,7 \cdot 10^4 \text{ Па} / 2,9 \cdot 10^4 \text{ Па}} - 1} \approx 3,7.$$

Відповідь: $\frac{V_1}{V_2} = 3,7$.

Приклад 8.2 У балоні об'ємом $V = 10 \text{ л}$ міститься гелій під тиском $p_1 = 10 \text{ МПа}$ при температурі $T_1 = 300 \text{ К}$. Після того як із балона витратили гелій масою $m = 10 \text{ г}$, температура в балоні знизилась до $T_2 = 290 \text{ К}$. Визначити тиск p_2 гелію, що залишився в балоні.

Розв'язання

Для розв'язання задачі застосуємо рівняння Менделєєва-Клапейрона до кінцевого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \quad (1)$$

$p_2 - ?$
$V = 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3,$
$p_1 = 10 \text{ МПа} = 10^7 \text{ Па},$
$T_1 = 300 \text{ К},$
$m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг},$
$T_2 = 290 \text{ К}.$

де m_2 - маса гелію в балоні в кінцевому стані; M - молярна маса гелію; R - молярна газова стала.

З рівняння (1) знайдемо тиск газу

$$p_2 = m_2 RT_2 / (MV). \quad (2)$$

Масу m_2 гелію визначимо через масу m_1 , що відповідає його початковому стану, і масу m гелію, узятого з балона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (3)$$

Масу m_1 гелію також знайдемо з рівняння Менделєєва - Клапейрона, застосувавши його до початкового стану газу:

$$m_1 = Mp_1 V / (RT_1). \quad (4)$$

Підставивши вираз маси m_1 в (3), а потім вираз m_2 в (2), знайдемо

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1 V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{MV},$$

або

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

Після підстановки числових значень фізичних величин отримуємо

$$p_2 = \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 290}{10 \cdot 10^{-3}} = 3,64 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Перевіримо розмірність одержаної величини. Для цього в праву частину виразу замість символів величин підставимо їх одиниці. У правій частині співвідношення маємо два доданки. Очевидно, що перший із них дає одиницю тиску, оскільки складається з двох множників, перший з яких $((T_2 / T_1) - \text{безрозмірний})$, а другий – тиск. Перевіримо другий доданок:

$$\begin{aligned} \frac{[m][R][T]}{[M][V]} &= \frac{1 \text{ кг}}{1 \text{ кг} / \text{моль}} \cdot \frac{1 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3} \cdot \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ моль}}{1 \text{ кг}} \times \\ &\times \frac{1 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3 \cdot 1 \text{ моль} \cdot 1 \text{ К}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2} = 1 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Відповідь: $p_2 = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Приклад 8.3 У посудині об'ємом $V = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ міститься повітря при нормальному тиску і температурі $T_0 = 300 \text{ К}$. У посудину вливають $m = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ води і закривають кришкою. Визначити тиск у посудині при $T_1 = 400 \text{ К}$, якщо вся вода при цій температурі перетворюється у пару.

$$p_2 - ?$$

$$V = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3,$$

$$T_0 = 300 \text{ К},$$

$$m = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг},$$

$$T_1 = 400 \text{ К}.$$

Розв'язання

Для розв'язку задачі скористаємося рівнянням Менделєєва-Клапейрона.

Тиск у посудині складається із тиску повітря, нагрітого до температури T_1 , і тиску водяних парів при тій самій температурі.

Із рівняння стану ідеального газу

$$\frac{p_0 V}{T_0} = \frac{p_1 V}{T_1}$$

знаходимо тиск повітря

$$p_1 = \frac{p_0 T_1}{T_0}.$$

Із рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$\frac{p_2 V}{T_1} = \frac{m R}{M}$$

знайдемо тиск водяної пари

$$p_2 = \frac{m T R}{M V},$$

де $M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ – молярна маса водяної пари.

За законом Дальтона для суміші газів знайдемо тиск газу в посудині

$$p = p_0 \frac{T_1}{T_0} + \frac{mT_1}{MV} R,$$

де $p_0 = 1,03 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Тоді

$$p = \frac{1,01 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 400 \text{ К}}{300 \text{ К}} + \frac{3,60 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 400 \text{ К}}{18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \cdot 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} \times \\ \times 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} = 2,15 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Відповідь: $p = 2,15 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Приклад 8.4 У циліндрі з площею основи $S = 100 \text{ см}^2$ повітря перебуває у такому стані: тиск $p_1 = 101 \text{ кПа}$ і температура $T_1 = 12^\circ \text{ C}$. На поршень, який розміщується на висоті 50 см від дна циліндра, кладуть тягар масою $m = 50 \text{ кг}$ і він опускається на 10 см . Знайти температуру повітря після опускання поршня.

Розв'язання

$T_2 - ?$ $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2,$ $h_1 = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м},$ $h_2 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м},$ $m = 50 \text{ кг},$ $p_1 = 101 \text{ кПа} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па},$ $T_1 = 12^\circ \text{ C} = 285 \text{ К}.$	
--	--

До опускання стан повітря під поршнем характеризується параметрами p_1, V_1, T_1 , після опускання поршня – параметрами p_2, V_2, T_2 , де $V_1 = Sh_1$; $p_1 = p_0$; $p_2 = p_0 + p'$; $p' = mg/S$ – тиск, зумовлений вагою тягара; $V_2 = Sh_2$, або оскільки $h_2 = h_1 - l$, то $V_2 = S(h_1 - l)$. Викорис-

таємо для цих двох станів формулу Клапейрона: $p_1 V_1 / T_1 = p_2 V_2 / T_2$, звідки

$$T_2 = p_2 V_2 T_1 / (p_1 V_1).$$

Підставимо в це рівняння вирази для p_1 , V_1 , p_2 і V_2 :

$$T_2 = \frac{(p_0 + mg/S)S(h_1 - l)T_1}{\rho_0 S h_1} = \frac{(p_0 + mg/S)(h_1 - l)T_1}{\rho_0 h_1}.$$

Після розрахунків отримаємо

$$T_2 = \frac{(1,01 \cdot 10^5 + 50 \cdot 9,8 \cdot 10^2)(0,5 - 0,1) \cdot 285}{1,01 \cdot 10^5 \cdot 0,5} \approx 339 \text{ (K)}.$$

Відповідь: $T_2 \approx 339 \text{ K}$.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

8.1 Яка кількість речовини газу міститься в балоні об'ємом $V = 10 \text{ м}^3$ при тиску 720 мм.рт. ст. та температурі $T = 17^0 \text{ C}$?

Відповідь: $\nu = 0,4 \text{ кмоль}$.

8.2 Знайти масу повітря, яке заповнює аудиторію висотою 5 м і площею $S = 200 \text{ м}^2$. Тиск повітря 750 мм. рт. ст. та температура $T = 17^0 \text{ C}$.

Відповідь: $m = 1200 \text{ кг}$.

8.3 Балон ємністю $V = 20 \text{ л}$ заповнений азотом при температурі $T = 400 \text{ K}$. Коли частину газу витратили, тиск у балоні знизився на $\Delta p = 200 \text{ кПа}$. Визначити масу Δm витраченого газу. Процес вважати ізотермічним.

Відповідь: $\Delta m = 34 \text{ г}$.

8.4 У балоні ємністю $V = 15 \text{ л}$ міститься аргон під тиском $p_1 = 600 \text{ кПа}$ і при температурі $T_1 = 300 \text{ К}$. Коли з балона була взята деяка кількість газу, тиск у балоні знизився до $p_2 = 400 \text{ кПа}$ та встановилася температура $T_2 = 260 \text{ К}$. Визначити масу Δm аргону, взятого з балона.

Відповідь: $\Delta m = 33 \text{ г}$.

8.5 Балон об'ємом $V = 30 \text{ л}$ містить суміш водню і гелію при температурі $T = 300 \text{ К}$ і тиску $p = 828 \text{ кПа}$. Маса m суміші дорівнює 24 г . Визначити масу m_1 водню і масу m_2 гелію.

Відповідь: $m_1 = 16 \text{ г}$; $m_2 = 8 \text{ г}$.

8.6 Дві посудини однакового об'єму містять кисень. В одній посудині тиск дорівнює $p_1 = 2 \text{ МПа}$ і температура - $T_1 = 800 \text{ К}$, в іншій - $p_2 = 2,5 \text{ МПа}$, $T_2 = 200 \text{ К}$. Посудини з'єднали трубкою та охолодили кисень, що міститься в них, до температури $T = 200 \text{ К}$. Визначити тиск p в посудинах.

Відповідь: $p = 1,5 \text{ МПа}$.

8.7 У посудині міститься суміш $m_1 = 0,007 \text{ кг}$ азоту і $m_2 = 0,011 \text{ кг}$ вуглекислого газу при температурі $T = 290 \text{ К}$ і тиску $p = 0,101 \text{ МПа}$. Па. Знайти густину цієї суміші, вважаючи гази ідеальними.

Відповідь: $\rho = 1,5 \text{ кг/м}^3$.

8.8 У балоні об'ємом $V = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ при температурі $T = 300 \text{ К}$ міститься суміш ідеальних газів: $0,1$ моля кисню, $0,2$ моля азоту і $0,3$ моля вуглекислого газу. Знайти тиск суміші p і середню молярну масу M газу.

Відповідь: $p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $M = 36,7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

8.9 Обчислити густину ρ азоту, що міститься у балоні під тиском $p = 2 \text{ МПа}$ і має температуру $T = 400 \text{ К}$.

Відповідь: $\rho = 16,8 \text{ кг/м}^3$.

8.10 У посудині ємністю $V = 40$ л міститься кисень при температурі $T = 300$ К. Коли частину газу витратили, тиск у балоні знизився на $\Delta p = 100$ кПа. Визначити масу m витраченого кисню. Процес вважати ізотермічним.

Відповідь: $m = 51$ г.

8.11 Балон, який містить $V_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м³ повітря під тиском $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, з'єднали трубою з балоном ємністю $V_2 = 6 \cdot 10^{-2}$ м³, з якого викачано повітря. Знайти тиск p , який встановився у посудинах. Температуру вважати сталою.

Відповідь: $p = 10^5$ Па.

8.12 У балоні ємністю $V = 15 \cdot 10^{-3}$ м³ міститься азот при тиску $p = 10^5$ Па і температурі $T = 300$ К. Після того як із балона випустили $\Delta m = 4 \cdot 10^{-3}$ кг азоту, температура стала дорівнювати 290 К. Визначити тиск азоту, який залишився в балоні.

Відповідь: $p = 16,3 \cdot 10^3$ Па.

8.13 У відкритій посудині при $t = 20^\circ$ С є $m = 0,15$ кг повітря. Наскільки зменшиться маса повітря у посудині при нагріванні її до $t_2 = 100^\circ$ С? Зміною об'єму посудини при нагріванні знехтувати.

Відповідь: $\Delta m = 0,0322$ кг.

8.14 За нормальних умов густина ацетилену дорівнює $\rho_1 = 1,16$ кг/м³. Визначити його густину при тиску $p_1 = 12,16 \cdot 10^3$ Па і температурі $T = 300$ К.

Відповідь: $\rho_1 = 1,04$ кг/м³.

8.15 Яка маса гелію потрібна для наповнення оболонки повітряної кулі об'ємом $V = 10$ м³ при температурі $T = 300$ К і нормальному тиску? Яким стане об'єм гелію на висоті, де тиск становить $13,32 \cdot 10^3$ Па, а температура 223 К?

Відповідь: $m = 1,625 \text{ кг}$; $V = 56,5 \text{ м}^3$.

8.16 Газ стискають при сталій температурі від об'єму $V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3$ до об'єму $V_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. При цьому тиск змінився на $\Delta p = 6 \cdot 10^3 \text{ Па}$. Знайти початковий тиск газу.

Відповідь: $p = 6 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

8.17 Посередині горизонтального запаяного з обох кінців капіляра міститься стовпчик ртуті довжиною $l = 20 \text{ см}$. Якщо капіляр поставити вертикально, то стовпчик ртуті зміститься на відстань $\Delta l = 10 \text{ см}$. Чому дорівнює тиск у капілярі? Довжина капіляра $L = 1 \text{ м}$.

Відповідь: $p = 375 \text{ мм.рт.ст.}$

8.18 Накреслити ізотерми 0,5 г водню для температур:

а) $T = 29^\circ \text{ C}$; б) $T = 180^\circ \text{ C}$.

8.19 Кисень масою $m = 10 \text{ г}$ міститься під тиском $p = 3 \text{ атм}$ при температурі $T_1 = 10^\circ \text{ C}$. Після розширення внаслідок нагрівання при сталому тиску кисень зайняв об'єм $V_2 = 10 \text{ л}$. Знайти: а) об'єм газу до розширення; б) температуру газу після розширення; в) густину газу до розширення; г) густину газу після розширення.

Відповідь: а) $V_1 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; б) $T_2 = 1170 \text{ К}$;

в) $\rho_1 = 4,14 \text{ кг/м}^3$; г) $\rho_2 = 1 \text{ кг/м}^3$.

8.20 Водень масою $m = 12 \text{ г}$ має об'єм $V_1 = 4 \text{ л}$. Температура газу $T_1 = 7^\circ \text{ C}$. Після нагрівання при сталому тиску його густина стала дорівнювати $\rho_2 = 0,6 \text{ кг/м}^3$. До якої температури нагріли газ?

Відповідь: $T_2 = 1400 \text{ К}$.

8.21 У балоні міститься газ при температурі $T_1 = 400 \text{ К}$. До якої температури T_2 потрібно нагріти газ, щоб його тиск збільшився в 1,5 рази?

Відповідь: $T_2 = 600\text{ K}$.

8.22 Визначити температуру газу, який міститься в закритій посудині, якщо його тиск збільшується на 0,4% від початкового при нагріванні на $\Delta T = 1\text{ K}$.

Відповідь: $T = 250\text{ K}$.

8.23 П'ять грамів азоту, який міститься в закритій посудині об'ємом $V = 4\text{ л}$ при температурі $T_1 = 20^0\text{ C}$ нагрівають до температури $T_2 = 40^0\text{ C}$. Знайти тиск газу до і після нагрівання.

Відповідь: $p_1 = 1,08 \cdot 10^5\text{ Па}$; $p_2 = 1,16 \cdot 10^5\text{ Па}$.

8.24 Оболонка аеростата об'ємом $V = 1600\text{ м}^3$, який міститься на поверхні Землі, на $k = \frac{7}{8}$ заповнена воднем при тиску $p_0 = 10^5\text{ Па}$ і температурі $T_1 = 290\text{ K}$. Аеростат підняли на висоту, де тиск $p = 80\text{ кПа}$ і температура $T = 280\text{ K}$. Визначити масу водню, який вийшов з оболонки аеростата під час його підйому.

Відповідь: $\Delta m = 6,2\text{ кг}$.

8.25 Оболонка повітряної кулі має об'єм $V = 1600\text{ м}^3$. Знайти піднімальну силу водню, який заповнює оболонку, на висоті, де тиск $p = 60\text{ кПа}$ і температура $T = 280\text{ K}$.

Відповідь: $F = 10,9\text{ кН}$.