

5 ЗАГАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ХВИЛЬОВОГО РУХУ

У цьому розділі ми розглянемо деякі властивості хвильового руху, які є загальними для хвиль будь-якої природи.

5.1 ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ ХВИЛЬ

У випадку, коли через певну область простору поширюються одночасно кілька хвиль, коливання будь-якої точки середовища, викликані окремо кожною хвилею, будуть додаватися за правилами додавання коливань, розглянутими у розділі 1.5. Але таке додавання можливе тільки у разі невеликих амплітуд коливань, що додаються, оскільки тільки за таких амплітуд у пружному середовищі виконується закон Гука. При значних амплітудах закон Гука не працює. Результируюча напруга призводить до коливань, які не є сумою коливань, викликаних окремими хвилями. Такі коливання виникають при поширенні ударних хвиль, які виникають під час вибухів. Швидкість ударних хвиль перевищує швидкість звичайних хвиль і є тим більшою, чим більшою є їх амплітуда.

Обмежимося розглядом хвиль малої амплітуди. У цьому випадку при додаванні хвиль виконується **принцип суперпозиції**, тобто коливання кожної точки середовища є сумою незалежних коливань, викликаних кожною з хвиль, які проходять через дану точку середовища.

Хвилі називаються **когерентними**, якщо вони мають однакову амплітуду і різниця їх фаз не змінюється з часом. Під час додавання когерентних хвиль спостерігається явище **інтерференції** – виникнення стійкої картини максимумів і мінімумів в певних точках простору.

Розглянемо додавання двох когерентних плоских хвиль, що розповсюджуються в одному напрямку вздовж осі x у деякій точці простору

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A_1 \cos(\omega t - kx_1) = A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x_1\right), \\ \xi_2 &= A_2 \cos(\omega t - kx_2) = A_2 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x_2\right).\end{aligned}$$

Перепишемо ці рівняння у вигляді

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A_1 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right), \\ \xi_2 &= A_2 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right).\end{aligned}$$

Тоді амплітуда результуючого коливання згідно із співвідношенням 1.22 дорівнює

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)}, \quad (5.1)$$

а результуюче коливання буде мати вигляд

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \cos\left(2\pi\frac{t}{T} - \alpha\right),$$

де α - початкова фаза результуючого коливання, вона визначається згідно з (1.23) співвідношенням

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \sin 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + A_2 \sin 2\pi \frac{x_2}{\lambda}}{A_1 \cos 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + A_2 \cos 2\pi \frac{x_2}{\lambda}}.$$

Проаналізуємо співвідношення 5.1.

1) Нехай різниця ходу від джерел до точки спостереження інтерференції дорівнює цілому числу довжин хвиль

$$x_2 - x_1 = k\lambda, \quad (5.2)$$

де $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ - порядок інтерференції.

У всіх точках, для яких виконується співвідношення (5.2) амплітуда результуючого коливання визначиться формулою

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos 2\pi k} = A_1 + A_2.$$

Бачимо, що ця амплітуда коливання має максимальне значення, тобто хвилі будуть підсилюватися. Умову (5.2) називають умовою **спостереження максимумів інтерференції**.

2) Нехай різниця ходу від джерел до точки спостереження інтерференції дорівнює непарному числу півдовжин хвиль

$$x_2 - x_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (5.3)$$

У всіх точках, для яких виконується співвідношення (5.3) амплітуда результуючого коливання визначиться формулою

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(2k + 1)\frac{\pi}{2}} = A_1 - A_2.$$

У цьому випадку амплітуда результуючого коливання має мінімальне значення, тобто у відповідних точках коливання будуть взаємно гаситися. Таким чином, співвідношення (5.3) визначає **умову спостереження мінімумів інтерференції**.

Зрозуміти отримані результати неважко. Якщо різниця ходу від джерел хвиль до точки спостереження інтерференції дорівнює цілому числу довжин хвиль, то в цій точці обидві хвилі одночасно викличуть однакове зміщення частинок середови-

ща. Якщо різниця ходу відрізняється на непарне число півхвиль, то викликані хвилями зміщення будуть протилежні за напрямком. В таких точках хвилі гасять одна одну.

5.2 СТОЯЧІ ХВИЛІ

Частинним випадком інтерференції хвиль є стоячі хвилі.

Стоячою називається хвиля, яка утворюється внаслідок накладення двох біжучих синусоїдальних хвиль, що поширюються назустріч одна одній і мають однакові частоти і амплітуди, а у випадку поперечних хвиль ще й однакову поляризацію. **Стоячою** така хвиля називається тому, що енергія коливального руху не переміщується в просторі, оскільки однакові її кількості переносяться в протилежних напрямках. Практично стоячі хвилі виникають при відбитті хвиль від перешкод, наприклад, при генеруванні коливань у стовпі повітря, в трубі з обмеженим об'ємом рідини, сталевій струні (гітари), стрижні або пластині.

Напишемо рівняння двох плоских хвиль, які поширюються в протилежних напрямках

$$\begin{aligned}\xi_1 &= A \cos(\omega t - kx) \\ \xi_2 &= A \cos(\omega t + kx + \alpha),\end{aligned}$$

де α - різниця фаз хвиль в точках площини $x = 0$, утворюється плоска стояча хвиля, яка описується рівнянням

$$\xi = \xi_1 + \xi_2.$$

Згадаємо правило додавання косинусів

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}.$$

Тоді

$$\begin{aligned}
 \xi &= \xi_1 + \xi_2 = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx + \alpha) = \\
 &= 2A \cos \frac{\omega t - kx + \omega t + kx + \alpha}{2} \cos \frac{\omega t - kx - \omega t - kx - \alpha}{2} = \\
 &= 2A \cos \frac{2\omega t + \alpha}{2} \cos \left(-\frac{2kx + \alpha}{2} \right).
 \end{aligned}$$

Таким чином ми отримали рівняння стоячої хвилі

$$\xi = 2A \cos \left(\omega t + \frac{\alpha}{2} \right) \cos \left(kx + \frac{\alpha}{2} \right). \quad (5.4)$$

Амплітуда стоячої хвилі A_{CT} на відміну від біжучих хвиль є періодичною функцією від координати x

$$A_{CT} = 2A \cos \left(kx + \frac{\alpha}{2} \right). \quad (5.5)$$

Точки, в яких амплітуда стоячої хвилі дорівнює нулю $A_{CT} = 0$, називаються **вузлами стоячої хвилі**, а точки, в яких амплітуда стоячої хвилі досягає максимуму $A_{CT} = 2A$, називаються **пучностями стоячої хвилі** (рис.5.1).

Положення вузлів і пучностей знаходять з умов

$$\left(kx + \frac{\alpha}{2} \right) = (2m + 1) \frac{\pi}{2} - \text{вузли}, \quad (5.6)$$

$$\left(kx + \frac{\alpha}{2} \right) = 2m\pi - \text{пучності}, \quad (5.7)$$

де $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Відстані між двома сусідніми вузлами і між двома сусідніми пучностями однакові і дорівнюють половині довжини біжучої хвилі. Цю величину називають **довжиною стоячої хвилі**

$$\lambda_{CT} = \frac{\lambda}{2}. \quad (5.8)$$

Порівняємо характер коливань в стоячій та біжучій хвилях у відсутність затухання.

В біжучій хвилі кожна точка виконує коливання, амплітуда яких не відрізняється від амплітуди коливань інших точок. Але коливання різних точок відбуваються з різними фазами. В будь-який момент часу одні точки хвилі мають найбільше відхилення, в той час як інші проходять через нуль. Картина поперечної біжучої хвилі має вигляд синусоїди, що рухається із швидкістю v .

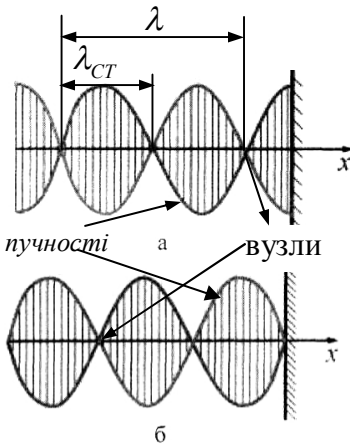


Рисунок 5.1 - Утворення стоячих хвиль при відбитті від реперон

В стоячій хвилі всі точки осі x одночасно проходять через положення рівноваги. Покладемо $\alpha = 0$, тоді рівняння стоячої хвилі набуде вигляду

$$\xi = 2A \cos(\omega t) \cos(kx),$$

Так що $\xi = 0$ для всіх значень x при

$$\cos(\omega t) = 0$$

тоді

$$\omega t = (2m + 1) \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} t \quad (2m + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$t = m \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \quad (m - \text{ціле число}).$$

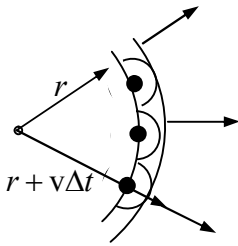


Рисунок 5.2 – До пояснення принципу Гюйгенса

Всі точки мають найбільші відхилення за умови

$$\omega t = 2m \frac{\pi}{2}, \quad \frac{2\pi}{T} t = 2m \frac{\pi}{2}$$

$$t = m \frac{T}{2}.$$

Ми розглядали утворення стоячих хвиль при відбиванні одновимірної хвилі. Аналогічно можна отримати двохвимірні стоячі хвилі. Наприклад, це відбувається при відбиванні від греблі хвиль, які біжать по поверхні води. В цьому випадку вузли і пучності утворюються вздовж ліній, паралельних лінії берега.

5.3 ДИФРАКЦІЯ ХВИЛЬ

В попередніх розділах було встановлено, що пружні коливання передаються на великі відстані не миттєво, а поширюються поступово від однієї точки середовища до іншої. Цей факт є підґрунтям принципу, запропонованого в кінці XVII сторіччя фізиком Гюйгенсом для встановлення деяких кількісних закономірностей поширення хвиль.

Згідно з **принципом Гюйгенса** (рис.5.2) кожна точка хвильового поля, яка виконує коливання, сама стає джерелом вторинних хвиль. Результуюча хвиля, яка поширюється, виникає внаслідок накладання та інтерференції всіх хвиль від цих вторинних джерел.

Хвильовою поверхнею називають геометричне місце точок, які коливаються в однаковій фазі. **Фронт хвилі** – це також хвильова поверхня, точки якої одночасно починають коли-

вальний рух. За допомогою принципу Гюйгенса можна знайти вигляд фронту хвилі через малий проміжок часу Δt . Для цього потрібно з кожної точки фронту, яка є вторинним джерелом хвиль провести у напрямку поширення сферичну криву радіуса де v - швидкість поширення хвиль. Новий поверхнею, яка огинає ці хвилі.

Принцип Гюйгенса пояснити явище дифракції хвиль. Дифракцією називається відхилення хвилі від прямолінійного поширення при стиканні з неоднорідностями середовища.

Розглянемо плоску хвилю, яка падає на поверхню екрана, в якому є отвір, малий порівняно з довжиною хвилі. Коли фронт дійде до екрана, вторинні джерела, розміщені у площині отвору, створять сферичну хвилю за екраном як це показано на рис. 5.3.

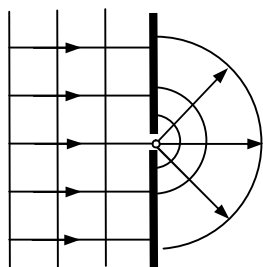


Рисунок 5.3 – Пояснення дифракції за допомогою принципу Гюйгенса



хвилі
 $\Delta r = v\Delta t$,

фронт є
вторинні

дозволяє

явище

Це явище ілюструє принцип Гюйгенса згідно з яким отвір в екрані можна вважати за одичичне елементарне джерело.

Кількісний розрахунок деяких дифракційних явищ та їх практичні застосування будуть розглянути більш детально пізніше.

5.4 ХРИСТІАН ГЮЙГЕНС

Христіан Гюйгенс (14.IV

1629 - 8.VII 1695) - голландський фізик, механік, математик і астроном. Народився в Гаазі. Навчався в університетах Лейдена (1645-1647) і Бреда (1647-1649).В 1665-1647 жив у Парижі, був обраний членом Паризької Академії Наук, з 1681 - знову мешкав у Гаазі.

Предметом наукових інтересів Гюйгенса були дослідження в області механіки, оптики, молекулярної фізики. Він сконструював перші маятникові годинники зі спусковим механізмом (1656) та розробив їхню теорію (1673), вирішив низку проблем, пов'язаних з ними. Зокрема, Гюйгенс розв'язав задачу про визначення центра коливань фізичного маятника і його періоду коливань, встановив закони, що визначають доцентрову силу. Він досліджував зіткнення пружних тіл і вивів його закони (1669), установив закон збереження імпульсу.

В 1678 у мемуарах, представлених у Паризьку Академію наук, розробив хвильову теорію світла (опублікована в "Трактаті про світло" в 1690). Пояснюючи механізм поширення світла, висунув відомий принцип, названий його ім'ям (принцип Гюйгенса). Виходячи зі своєї теорії світла, пояснив ряд оптичних явищ. Вивчав також подвійну променезаломлюваність і встановив деякі його закономірності, з великою точністю виміряв геометричні характеристики ісландського шпату, у якому спостерігалось це явище, і виявив його в кристалах кварцу. Ввів поняття "вісь кристала". Відкрив у 1678 поляризацію світла.

Разом з **Гуком** встановив (1665) сталі точки термометра - точку танення льоду та точку кипіння води. Показав (1667), що вода при замерзанні розширюється. Працював над удосконаленням телескопа, зокрема, об'єктивів. Сконструював окуляр (окуляр Гюйгенса), що використовується і в наш час, увів діафрагми. За допомогою сконструйованого телескопа в 1665 відкрив кільце Сатурна та перший супутник Сатурна - Титан, визначив його період обертання навколо планети. Розробляв так звану планетарну машину, яка була прообразом планетарію, і теорію фігури Землі. Близько підійшов до відкриття закону всесвітнього тяжіння. Перший дійшов висновку, що Земля стиснута біля полю-

сів, і висловив ідею про вимірювання прискорення сили тяжіння за допомогою секундного маятника. Значних результатів досяг у математиці.

Додаток А
(довідковий)

Таблиця А.1 - Швидкість звуку в різних середовищах

Середовище	Густина при $t = 20^{\circ}C$ $\rho, \frac{кг}{м^3}$	Швидкість звуку, $v_{зв}, \frac{м}{с}$
Тверді тіла		
Алюміній	2700	5100
Скло	2400	4500
Залізо (сталь)	7800	5000
Мідь	8890	3600
Латунь	8470	3400
Дерево	600 - 900	9000-4000
Пробка	220 – 260	500
Резина	950	95-70
Рідини		
Ртуть	13600	1450
Вода	1000	1456
Морська вода	1022-1028	1530
Бензин	899	1200-1900
Спирт (етилловий)	791	1150
Ацетон	792	1190
Гази (за нормальних умов)		
Повітря	1,29	344
Гелій	0,18	981
Кисень	1,43	316
Водень	0,09	1328
Вуглекислий газ	1,8	267
Азот	1,251	337

Таблиця А.2 - Густини деяких газів за нормальних умов

Газ	Густина, ρ , кг/м ³	Газ	Густина, ρ , кг/м ³
Азот	1,25	Гелій	0,18
Аргон	1,78	Кисень	1,43
Водень	0,09	Повітря	1,29

Таблиця А.3 - Густини деяких рідин (при 15⁰С)

Рідина	Густина, $\rho \cdot 10^3$, кг/м ³	Рідина	Густина, $\rho \cdot 10^3$, кг/м ³
Вода	1,00	Масло оливкове	0,96
Бензин	0,80	Сірководень	1,26
Гліцерин	1,26	Спирт	0,80
Ефір	0,70	Ртуть	13,6
Керосин	0,80		

Таблиця А.4 - Густини деяких твердих тіл

Тверде тіло	Густина $\rho \cdot 10^3$, кг/м ³	Тверде тіло	Густина $\rho \cdot 10^3$, кг/м ³
Алюміній	2,69	Молібден	10,2
Барій	3,50	Нікель	8,5
Ванадій	6,02	Ніхром	8,4
Вісмут	9,80	Олово	7,98
Вольфрам	19,30	Платина	21,4
Залізо (сталь)	7,87	Свинець	11,34
Золото	19,3	Срібло	10,5
Кам'яна сіль	2,2	Тантал	16,6

Продовження таблиці А.4

Кобальт	8,9	Тітан	4,54
Константан	8,9	Уран	18,7
Лід	0,92	Фарфор	2,3
Літій	0,53	Хром	7,19
Латунь	8,55	Цезій	1,87
Марганець	7,4	Цинк	7,13
Мідь	8,96		

Таблиця А.5 – Механічні властивості твердих тіл

вердее тіло	Модуль Юнга E , Гпа	Модуль зсуву G , Гпа
Алюміній	70,6	26,2
Вольфрам	410	140
Залізо (сталь)	210	81
Константан	210	
Мідь	129,8	48,3
Молібден	324,8	125,6
Нікель	199,5	76,0
Срібло	82,7	30,3
Тантал	185,7	69,2
Титан	120,2	45,6

Таблиця А.6 – Діапазон звукових частот і відповідних їм довжин хвиль

Джерело звуку	Частота, Гц	Довжина хвилі, м
Нижня межа чутних звуків	16	21,5

Продовження таблиці А.6

Найнижча нота роялю	27,5	12,4
Фон мережі змінного струму	60	5,7
Нижня межа для радіоприймачів	100	3,4
Найвища нота роялю	4186	$8,2 \cdot 10^{-2}$
Верхня межа для звуків магнітофона	$8 \cdot 10^3$	$4,3 \cdot 10^{-2}$
Верхня межа чутних звуків	$2 \cdot 10^4$	$1,7 \cdot 10^{-2}$
Ультразвук, який використовується кажанами	10^5	$0,34 \cdot 10^{-2}$
Ультразвук, який використовується для діагностики в медицині	$2 \cdot 10^5$	$0,17 \cdot 10^{-3}$ (у повітрі) $0,74 \cdot 10^{-3}$ (у воді або тканинах організму)

Таблиця А.7 – Порівняльні характеристики деяких джерел звуку

Джерело звуку	Відчуття звуку	Рівень гучності звуку, дБ	Інтенсивність звуку, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$
Поріг чутності		0	10^{-12}
Шепіт	Майже нечутний	10	10^{-11}
Легкий вітерець		20	10^{-10}

Продовження таблиці А.7

Шепіт	Тихий	30	10^{-9}
-------	-------	----	-----------

Нормальна мова	Помірний	60-70	$10^{-6} - 10^{-5}$
Вуличний шум	Шумний	80-90	$10^{-4} - 10^{-3}$
Звуки рок-оркестру	Гучний	100	10^{-2}
Шум мотора літака	Больове відчуття	120	1